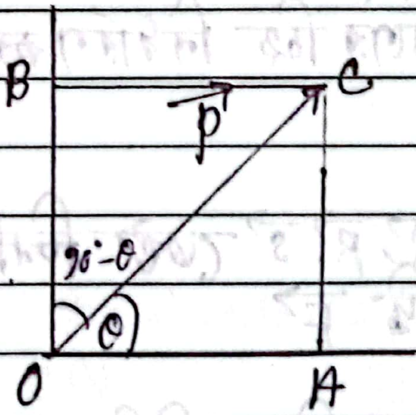
Subject : .... Date : ....

Topic : লম্বাংশ উপপাদ্য

লম্বাংশ বা লম্ব অভিক্ষেপ : কোনো ভেক্টরের শীর্ষবিন্দু হতে ঐ ভেক্টরের আদিবিন্দুগামী কোনো সরলরেখার উপর লম্ব আঁকলে ভেক্টরের আদিবিন্দু ও রেখার ও লম্বের ছেদবিন্দু কর্তৃক যে অংশ কর্তিত হয় তা-ই ঐ ভেক্টরের লম্ব অভিক্ষেপ বা লম্বাংশ।

আদিবিন্দুগামী রেখাটি যদি অনুভূমিক রেখা হয় তাহলে ভেক্টরটির যে লম্বাংশ পাওয়া যায় তাকে ঐ ভেক্টরের অনুভূমিক লম্ব অভিক্ষেপ বলে।

আদিবিন্দুগামী রেখাটি যদি উলম্ব রেখা হয় তাহলে ভেক্টরটির যে লম্বাংশ পাওয়া যায় তাকে ঐ ভেক্টরের উলম্ব লম্ব অভিক্ষেপ বলে।



$\vec{p}$ এর অনুভূমিক লম্ব অভিক্ষেপ

$= OA$

$= OC \cos\theta$

$= |\vec{p}| \cos\theta$

$= p\cos\theta$

$\therefore$ $\vec{p}$ এর অনুভূমিক লম্ব অভিক্ষেপ $p\cos\theta$

$\vec{p}$ এর উলম্ব লম্ব অভিক্ষেপ $= OB$

$= OC \cos(90° - \theta)$

$= |\vec{p}| \sin\theta$

$= p\sin\theta$

Subject : .... Date : ....

★ কোনো নির্দিষ্ট দিকে কোনো ভেক্টরের লম্ব অভিক্ষেপ

= ভেক্টরের মান × cos (ভেক্টর ও নির্দিষ্ট দিকের মধ্যবর্তী কোণ)

★ কোনো নির্দিষ্ট দিকের লম্ব দিক বরাবর কোনো ভেক্টরের লম্ব অভিক্ষেপ =

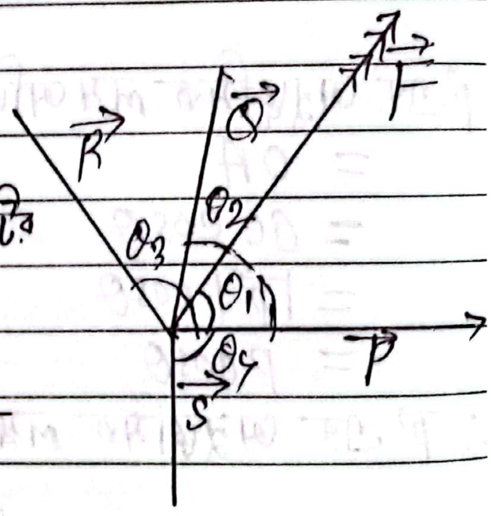
ভেক্টরের মান × cos {90° − (ভেক্টর ও নির্দিষ্ট দিকের মধ্যবর্তী কোণ)}

= ভেক্টরের মান × ~~cos~~ sin (মধ্যবর্তী কোণ)

★ লম্ব অভিক্ষেপ বের করার সময় —

(i) যে দিকে ভেক্টরগুলোর লম্ব অভিক্ষেপ বের করতে হবে সে দিককে Refference লাইন বা x অক্ষ চিন্তা করব।

(ii) Refference লাইনের সাথে প্রতিটি ভেক্টরের উৎপন্ন কোণের চিহ্ন নির্ধারণ করব।



$\vec{P}, \vec{Q}, \vec{R}, \vec{S}$ ভেক্টর ~~তিনটি~~ চারটির লব্ধি $\vec{F}$

$\vec{P}$ এর দিকে প্রতিটি বলের লম্ব অভিক্ষেপ বের করি।

$\vec{P}$ এর দিক বরাবর,

$\vec{P}$ এর লম্ব অভিক্ষেপ $= P\cos 0°$

$\vec{Q}$ " " " $= Q\cos\theta_2$

$\vec{R}$ " " " $= R\cos\theta_3$

$\vec{S}$ " " " $= S\cos(-\theta_4)$

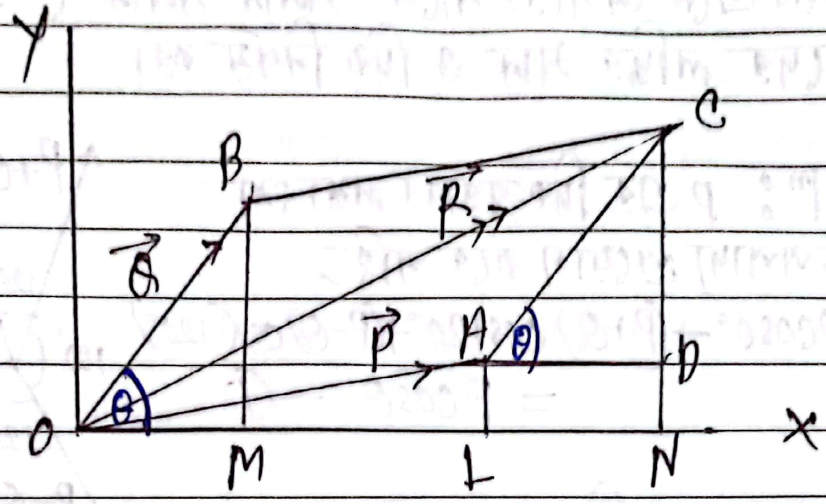
JANANI

Scanned with CamScanner

Subject : .... Date : ....

লম্বাংশ উপপাদ্য : যে কোনো দিক বরাবর একই বিন্দুতে ক্রিয়ারত একাধিক ভেক্টরের লম্ব অভিক্ষেপের বীজগাণিতিক সমষ্টি ঐ একই দিক বরাবর এদের লব্ধির লম্ব অভিক্ষেপের সমান।

প্রমাণ :



ΔOBM এবং ΔCAD এ

অভিক্ষেপ OB = অভিক্ষেপ AC

$\angle$ ~~BOA0~~ $= \angle BMO = \angle CDA$

$\therefore \Delta OBM \cong \Delta CAD$

$\therefore OM = AD = LN$

এখন, OX বরাবর $\vec{P}$ এর অভিক্ষেপ + OX বরাবর $\vec{Q}$ এর লম্ব অভিক্ষেপ $= OL + OM$

$= OL + LN$

$= ON$

$= OX$ বরাবর $\vec{R}$ এর লম্ব অভিক্ষেপ।

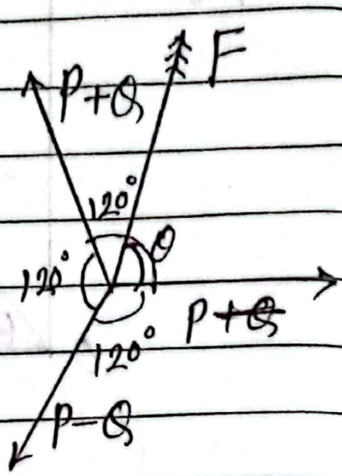
যা লম্বাংশ উপপাদ্যকে প্রমাণিত করে।

Scanned with CamScanner

Subject : .... Date : ....

Topic: লম্বাংশ উপপাদ্যের প্রয়োগ সংক্রান্ত সমস্যা ও সমাধান

Pbm→01: কোনো বিন্দুতে $P+Q$, P ও $P-Q$ মানের তিনটি ভেক্টর একে অপরের সাথে সমান সমান কোণে ক্রিয়ারত। এদের লব্ধির মান ও দিক নির্ণয় কর।



Solⁿ: P এর দিক বরাবর লম্বাংশ উপপাদ্য প্রয়োগ করে পাই,

$P\cos 0° + (P+Q)\cos 120° + (P-Q)\cos(-120°)$

$= F\cos\theta$ —(i)

P এর লম্ব দিক বরাবর লম্বাংশ উপপাদ্য প্রয়োগ করে পাই,

$F\sin\theta = P\sin 0° + (P+Q)\sin 120° - (P-Q)\sin 120°$

$F\sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}P + \frac{\sqrt{3}}{2}Q - \frac{\sqrt{3}}{2}P + \frac{\sqrt{3}}{2}Q$

$F\sin\theta = \sqrt{3}Q$ —(ii)

i হতে পাই $F\cos\theta = P - \frac{1}{2}P - \frac{1}{2}Q - \frac{1}{2}P + \frac{1}{2}Q$

$= P - P$

$F\cos\theta = 0$ —(iii)

$ii^2 + iii^2 \Rightarrow F^2 = (\sqrt{3}Q)^2$

$F = \sqrt{3}Q$

∴ লব্ধির মান $\sqrt{3}Q$

JANANI

Scanned with CamScanner

Subject : .... Date : ....

ii ÷ i ⇒ $\tan\theta = \frac{\sqrt{3}Q}{0}$

$\theta = 90°$

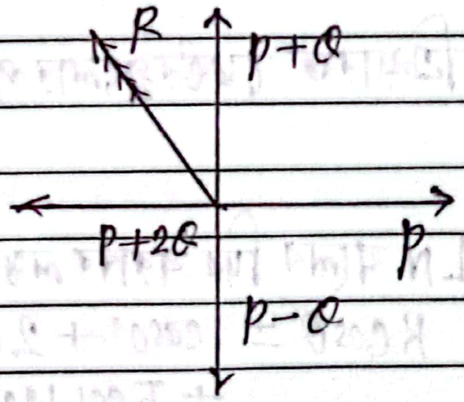
∴ লব্ধি P এর সাথে 90° কোণে ক্রিয়া করে।

Shortcut: তিনটি ভেক্টর যদি সমান্তর ধারা তৈরি করে এবং একে অপরের সাথে সমান সমান কোণে ক্রিয়ারত হয় তবে তাদের লব্ধির মান $\sqrt{3}$ × সাধারণ অন্তর

Ex: 11N, 15N, 19 N বলত্রয় পরস্পরের সাথে 120° কোণে ক্রিয়া করলে তাদের লব্ধির মান $= \sqrt{3} \times 4$

Shortcut: চারটি vector যদি সমান্তর ধারা তৈরি করে এবং একে অপরের সাথে সমান সমান কোণ তৈরি করে তবে এদের লব্ধির মান $= \sqrt{8}$ × সাধারণ অন্তর

Ex:



লব্ধির মান, $R = \sqrt{8}\,Q$

P−Q , P , P+Q , P+2Q
(Q Q Q)

সূত্র: কোনো সুষম n ভুজের মোট কোণ $= 2(n-2)\,90°$

সুষম বহুভুজের প্রত্যেকটি কোণ ও বাহুর দৈর্ঘ্য সমান।

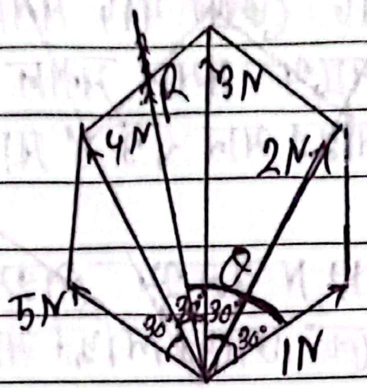
JANANI

Scanned with CamScanner

Subject : .... Date : ....

Pbᵐ→02: কোনো সুষম ষড়ভুজের একটি কৌণিক বিন্দু থেকে বিপরীত কৌণিক বিন্দুগুলোর সংযোজক সরলরেখা বরাবর যথাক্রমে 1N, 2N, 3N, 4N, 5N বল ক্রিয়ারত। এদের লব্ধির মান ও দিক নির্ণয় কর।

Solⁿ:



কোনো সুষম ষড়ভুজের মোট কোণ $= 2(6-2)90°$
$= 720°$

প্রতিটি কোণ $= \frac{720°}{6} = 120°$

ক্রিয়ারত ভেক্টরগুলোর পরপর দুইটির মধ্যবর্তী কোণ $= \frac{120°}{4}$
$= 30°$

1N বলের দিক বরাবর লম্বাংশ উপপাদ্য প্রয়োগ করে পাই,

$R\cos\theta = 1\cos 0° + 2\cos 30° + 3\cos 60° + 4\cos 90° + 5\cos 120°$

$R\cos\theta = 1 + \sqrt{3} + 1.5 + 0 - 2.5$

$R\cos\theta = \sqrt{3}$ —— (i)

1N বলের লম্ব দিকের লম্বদিক বরাবর লম্বাংশ উপপাদ্য প্রয়োগ করে পাই,

JANANI

Subject : .... Date : ....

$R\sin\theta = 1\sin 0° + 2\sin 30° + 3\sin 60° + 4\sin 90° + 5\sin 120°$

$\Rightarrow R\sin\theta = 0 + 1 + \frac{3\sqrt{3}}{2} + 4 + \frac{5\sqrt{3}}{2}$

$\Rightarrow R\sin\theta = \frac{2 + 3\sqrt{2} + 8 + 5\sqrt{3}}{2}$

$\Rightarrow R\sin\theta = 11.45$ — (ii)

$i^2 + ii^2 \Rightarrow (\sqrt{3})^2 + 11.45^2 = R^2$

$\Rightarrow R^2 = 134$

$\Rightarrow R = \sqrt{134}$

$\Rightarrow R = 11.5 N$

লব্ধি বলের মান 11.5N.

$ii \div i \Rightarrow \tan\theta = \frac{11.45}{\sqrt{3}}$

$\theta = 81.4°$

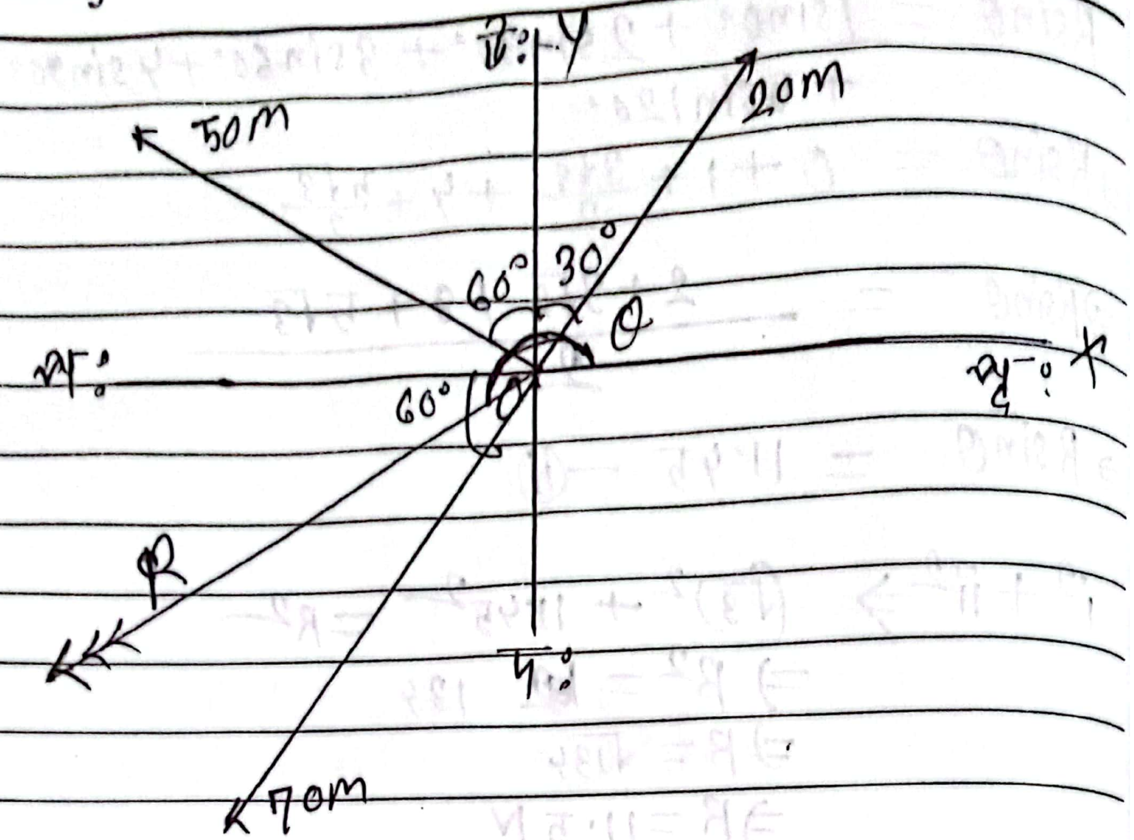
∴ লব্ধি 1N বলের দিকের সাথে 81.4° উৎপন্ন করবে।

Pbm→03: মোরিফ উত্তর পূর্বদিকে 30° কোণে 20m, উত্তর পশ্চিম দিকে 60° কোণে 50m এবং শেষে পশ্চিম দক্ষিণ দিকে 60° কোণে 70m যায়। তার সরণের মান ও দিক নির্ণয় কর।

Soln: X অক্ষ বরাবর লম্বাংশ উপপাদ্য প্রয়োগ করে পাই

Scanned with CamScanner

Subject : .... Date : ....



$R\cos\theta = 20\cos 60° + 50\cos 150° + 70\cos(-120°)$

$\Rightarrow R\cos\theta = 10 - 25\sqrt{3} + (-35)$

$\Rightarrow R\cos\theta = -68.301$ —— (i)

y অক্ষ বরাবর লম্বাংশ উপপাদ্য প্রয়োগ করে পাই

$R\sin\theta = 20\sin 60° + 50\sin 150° - 70\sin 120°$

$\Rightarrow R\sin\theta = 10\sqrt{3} + 25 - 35\sqrt{3}$

$\Rightarrow R\sin\theta = -18.301$ —— (ii)

$i^2 + ii^2 \Rightarrow R^2 = (-68.301)^2 + (-18.301)^2$

$\Rightarrow R^2 = 4999.95$

$\Rightarrow R = 70.71m.$

∴ আরিফের সরণের মান 70.71m.

আবার, $ii \div i \Rightarrow \tan\theta = 0.267$

Scanned with CamScanner

Subject : .... Date : ....

$\Rightarrow \theta = 195^\circ$

$\Rightarrow \theta = 180^\circ + 15^\circ$

$\therefore$ আরিফের সরণ পশ্চিম দক্ষিণ দিকে 15° কোণে $70.71\ m$. (Ans.)

ভেক্টর রাশি তিনটি বীজগাণিতিক বিধি মেনে চলে। যথা:

i) বিনিময় সূত্র

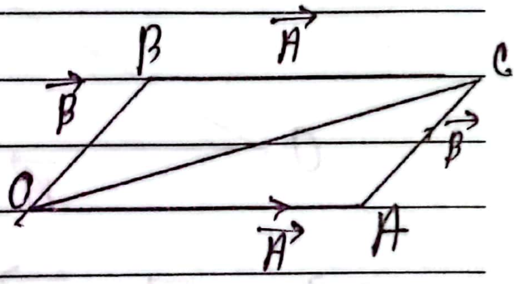
ii) সংযোগ সূত্র

iii) বন্টন সূত্র

বিনিময় সূত্র (Commutative law)

$\vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A}$

প্রমাণ:



$L.H.S = \vec{A} + \vec{B}$

$= \vec{OA} + \vec{AC}$

$= \vec{OC}$

$R.H.S = \vec{B} + \vec{A}$

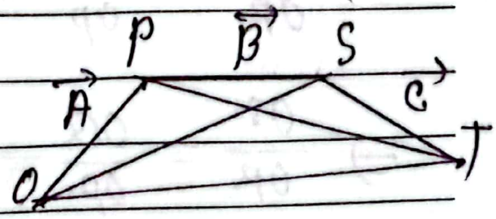
$= \vec{OB} + \vec{BC}$

$= \vec{OC}$

$\therefore \vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A}$

সংযোগ সূত্র (Associative law)

$\vec{A} + (\vec{B} + \vec{C}) = (\vec{A} + \vec{B}) + \vec{C}$



$L.H.S = \vec{A} + (\vec{B} + \vec{C})$

$= \vec{OP} + \vec{PT}$

$= \vec{OT}$

JANANI

Scanned with CamScanner

Subject : .... Date : ....

$R.H.S = (\vec{A}+\vec{B})+\vec{C}$

$= (\vec{OP}+\vec{PS})+\vec{ST}$

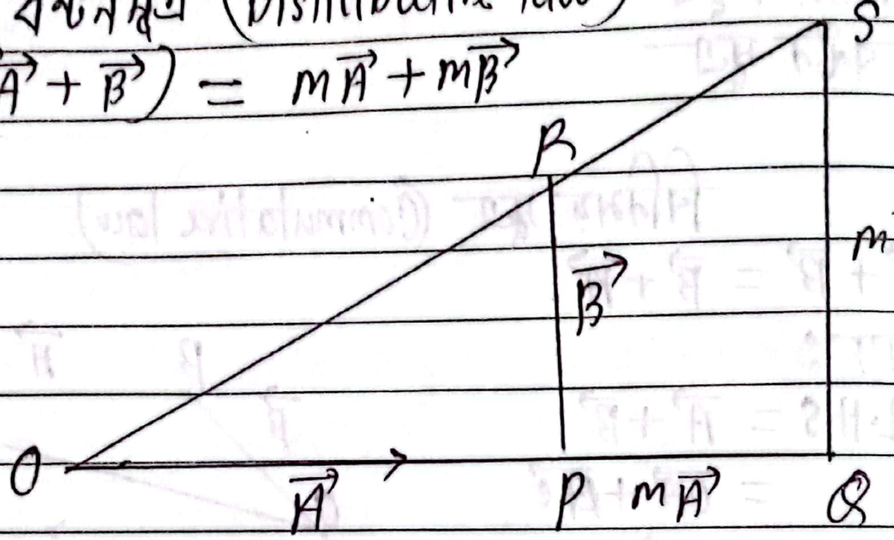
$= \vec{OS}+\vec{ST}$

$= \vec{OT}$

$\therefore (\vec{A}+\vec{B})+\vec{C} = \vec{A}+(\vec{B}+\vec{C})$

বণ্টনসূত্র (Distributive law)

$m(\vec{A}+\vec{B}) = m\vec{A}+m\vec{B}$



$\vec{OR} = \vec{OP}+\vec{PR}$

$= \vec{A}+\vec{B}$

$\triangle OPR$ এবং $\triangle OQS$ সদৃশকোণী তথা সদৃশ

$\frac{OQ}{OP} = \frac{SQ}{RP} = \frac{OS}{OR} = 1$

$\Rightarrow \frac{OS}{OR} = \frac{OQ}{OP} = \frac{m\vec{A}}{\vec{A}}$

$\Rightarrow \frac{OS}{OR} = \frac{OQ}{OP} = m$

Subject : .... Date : ....

$\Rightarrow \frac{OS}{OR} = m$

$\Rightarrow OS = m\,OR$

$\Rightarrow \vec{OS} = \vec{OR}\cdot m$

$\Rightarrow \vec{OS} = m(\vec{A}+\vec{B})$ —— (i)

আবার, $\triangle OQS$ এ, $\vec{OS} = \vec{OQ} + \vec{SQ}$

$\vec{OS} = m\vec{A} + m\vec{B}$ —— (ii)

i ও ii হতে $\Rightarrow m(\vec{A}+\vec{B}) = m\vec{A} + m\vec{B}$

Topic : নদী নৌকার অংক

Pbm → 01 : স্রোতের বেগ $2\,kmh^{-1}$, নৌকার বেগ $4\,kmh^{-1}$ এবং নদীর প্রস্থ $2\,km$ ।

(i) সোজাসুজি / লম্বালম্বি / ঠিক বিপরীত বিন্দুতে পৌঁছাতে / প্রস্থ বরাবর / সর্বনিম্ন দূরত্বে নদী পার হতে হলে মাঝি কোনদিকে নৌকা চালাবে ?

(ii) এক্ষেত্রে (সর্বনিম্ন দূরত্বে পার হলে) কত সময় লাগবে ?

(iii) এক্ষেত্রে পাড় বরাবর অতিক্রান্ত দূরত্ব কত?

(iv) এক্ষেত্রে পথের দৈর্ঘ্য কত?

(v) সর্বনিম্ন সময়ে নদী পাড়ি দিতে মাঝি কোন দিকে নৌকা চালাবে ?

(vi) এক্ষেত্রে কত সময় লাগবে ?

(vii) এক্ষেত্রে পাড় বরাবর দূরত্ব কত?

(viii) এক্ষেত্রে পথের দৈর্ঘ্য কত ?

JANANI

Scanned with CamScanner

Subject : .... Date : ....

Solution

(i) ১ম পদ্ধতি:

দেওয়া আছে,

স্রোতের বেগ, $u = 2 kmh^{-1}$

নৌকার বেগ, $v = 4 kmh^{-1}$

মনে করি, মাঝি স্রোতের বেগের সাথে α কোণে নৌকা চালালে সোজাসুজি নদী পার হবে এবং নৌকার লব্ধিবেগ, ω স্রোতের বেগের সাথে $\theta = 90°$ উৎপন্ন করবে।

$$\therefore \tan\theta = \frac{v\sin\alpha}{u+v\cos\alpha}$$

$$\Rightarrow \tan 90° = \frac{v\sin\alpha}{u+v\cos\alpha}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{0} = \frac{v\sin\alpha}{u+v\cos\alpha}$$

$$\Rightarrow u+v\cos\alpha = 0$$

$$\Rightarrow \alpha = \cos^{-1}\left(-\frac{2}{4}\right)$$

$$\Rightarrow \alpha = 120°$$

অর্থাৎ, সোজাসুজি নদী পার হতে হলে মাঝি স্রোতের বেগের সাথে 120° কোণে নৌকা চালাবে।

২য় পদ্ধতি:

দেওয়া আছে

স্রোতের বেগ, $u = 2 kmh^{-1}$

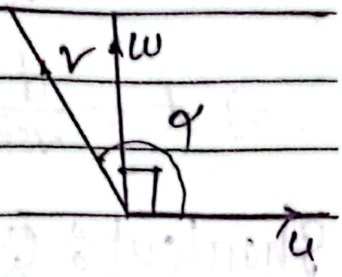
নৌকার বেগ, $v = 4 kmh^{-1}$

JANANI

Scanned with CamScanner

Subject : .... Date : ....

মনে করি, মাঝি স্রোতের বেগের সাথে α কোণে নৌকা চালালে সর্বনিম্ন দূরত্বে নদী পার হবে এবং নৌকার লব্ধিবেগ, w স্রোতের বেগের সাথে $\theta = 90^\circ$ উৎপন্ন করবে।



স্রোতের বেগের দিকে লম্বাংশ উপপাদ্য প্রয়োগ করে পাই,

$$w\cos 90^\circ = u\cos 0^\circ + v\cos\alpha$$

$$\Rightarrow v\cos\alpha = -u$$

$$\Rightarrow \alpha = \cos^{-1}\left(-\frac{u}{v}\right)$$

$$\Rightarrow \alpha = \cos^{-1}\left(-\frac{2}{4}\right) = 120^\circ$$

$\therefore \alpha = 120^\circ$ (Ans.)

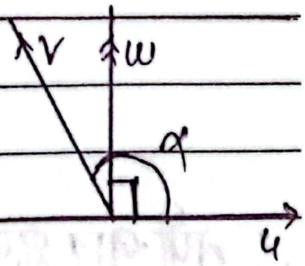
Shortcut: সোজাসুজি নদী পার হওয়ার জন্য স্রোতের বেগের সাথে নৌকার বেগের উৎপন্ন কোণ α হলে,

$$\alpha = \cos^{-1} - \frac{\text{স্রোতের বেগ } (u)}{\text{নৌকার বেগ } (v)}$$

⊞ নদী পার হতে প্রয়োজনীয় সময় নির্ণয়:

আমরা জানি,

$$\text{সময়, } t = \frac{\text{দূরত্ব}}{\text{বেগ}}$$



নদী পার হতে প্রয়োজনীয় সময়,

$$t = \frac{\text{নদীর প্রস্থ}}{\text{প্রস্থ বরাবর লব্ধি বেগের উপাংশ}}$$

$$\Rightarrow t = \frac{\text{নদীর প্রস্থ}}{\text{প্রস্থ বরাবর } u \text{ ও } v \text{ এর উপাংশের সমষ্টি}}$$

Scanned with CamScanner

Subject : .... Date : ....

$$\Rightarrow t = \frac{d}{u\cos 90^\circ + v\cos(\alpha - 90^\circ)}$$

$$\Rightarrow t = \frac{d}{v\cos(90^\circ - \alpha)}$$

$$\Rightarrow t = \frac{d}{v\sin\alpha}$$

Shortcut : যেভাবেই নদী পার হোক না কেন নদী পার হওয়ার প্রয়োজনীয় সময়, $t = \frac{d}{v\sin\alpha}$

এখানে d = নদীর প্রস্থ

v = নৌকার বেগ

α = নৌকার বেগ ও স্রোতের বেগের মধ্যবর্তী কোণ।

(ii) ১ম পদ্ধতি :

দেওয়া আছে,

স্রোতের বেগ, $u = 2 kmh^{-1}$

নৌকার বেগ, $v = 4 kmh^{-1}$

নদীর প্রস্থ, $d = 2 km$

মনে করি, নৌকার লব্ধি বেগ $= \omega$

$u \wedge v = \alpha = 120^\circ$ [i হতে পাই]

$\therefore$ নদী পার হতে প্রয়োজনীয় সময়, $t = \frac{d}{v\sin\alpha}$

$$\Rightarrow t = \frac{2}{4\sin 120^\circ}$$

$$\Rightarrow t = 0.5774 h \text{ (Ans.)}$$

JANANI

Scanned with CamScanner

Subject : .... Date : ....

২য় পদ্ধতি :

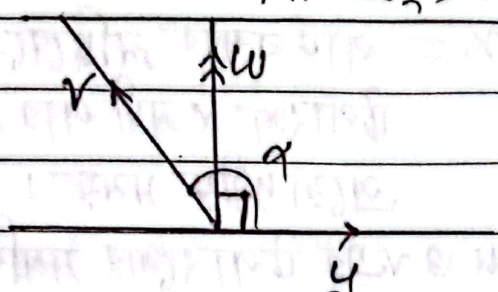
এখানে, স্রোতের বেগ, $u = 2 kmh^{-1}$

নৌকার বেগ, $v = 4 kmh^{-1}$

$u \wedge v = \alpha = 120°$ [i হতে পাই]

নৌকার লব্ধিবেগ $= w$

নদীর প্রস্থ, $d = 2 km$



নদী পার হতে প্রয়োজনীয় সময়, $t = \frac{\text{নদীর প্রস্থ}}{\text{প্রস্থ বরাবর লব্ধি বেগের উপাংশ}}$

$$\Rightarrow t = \frac{d}{w \cos 0°}$$

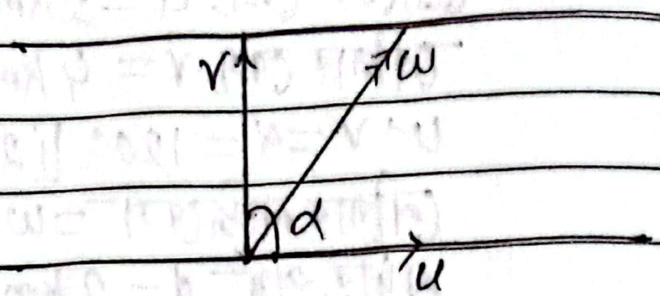
$$\Rightarrow t = \frac{d}{\sqrt{u^2 + v^2 + 2uv\cos\alpha}}$$

$$\Rightarrow t = \frac{2}{\sqrt{2^2 + 4^2 + 2 \times 2 \times 4 \cos 120°}}$$

$$\Rightarrow t = 0.5774 h$$

অর্থাৎ, সোজাসুজি নদী পাড়ি দিতে $0.5774 h$ সময় লাগবে।

ঘ) পাড় বরাবর অতিক্রান্ত দূরত্ব নির্ণয়



পাড় বরাবর অতিক্রান্ত দূরত্ব, x = পাড় বরাবর লব্ধিবেগের উপাংশ × নদী পার হতে প্রয়োজনীয় সময়।

$\Rightarrow x$ = পাড় বরাবর u ও v এর উপাংশের সমষ্টি × সময়

$\Rightarrow x = (u\cos 0^\circ + v\cos\alpha)\, t$

$\Rightarrow x = (u + v\cos\alpha)\, d/v\sin\alpha$

Shortcut: যেভাবেই নদী পার হোক না কেন পাড় বরাবর অতিক্রান্ত দূরত্ব, $x = (u+v\cos\alpha)\, d/v\sin\alpha$

অথবা, $x = (u+v\cos\alpha)\, t$

(iii) এখানে

স্রোতের বেগ, $u = 2 kmh^{-1}$

নৌকার বেগ, $v = 4 kmh^{-1}$

$u \wedge v = \alpha = 120^\circ$

সময়, $t = 0.5776 h$

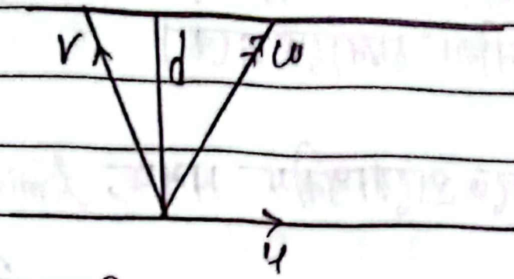
∴ পাড় বরাবর অতিক্রান্ত দূরত্ব $= (u+v\cos\alpha)\, t$

$= (2+4\cos 120^\circ) \times 0.577$

$= 0 km.$ (Ans.)

Subject : .... Date : ....

(ঘ) পথের দৈর্ঘ্য নির্ণয়



পথের দৈর্ঘ্য, d = লব্ধিবেগ × লব্ধিবেগে নদী পার হতে প্রয়োজনীয় সময়।

$d = \omega t$

Shortcut: পথের দৈর্ঘ্য, $d = \omega t$

এখানে, $t \rightarrow$ নদী পার হতে প্রয়োজনীয় সময়

$\omega \rightarrow$ লব্ধিবেগ

(iv) পথের দৈর্ঘ্য, $d = \omega t$

$= \sqrt{2^2 + 4^2 + 2 \times 2 \times 4 \cos 120^\circ} \times 0.5774$

$= 2$ km (Ans)

(v) দেওয়া আছে,

নৌকার বেগ, $v = 4\ kmh^{-1}$

নদীর প্রস্থ, $d = 2$ km

মনে করি, সর্বনিম্ন সময়ে নদী পাড়ি দিতে মাঝিকে স্রোতের সাথে α কোণে নৌকা চালাতে হবে।

$\therefore$ নদী পার হতে প্রয়োজনীয় সময়, $t = \frac{d}{v \sin\alpha}$

t-এর মান সর্বনিম্ন হবে যখন $\sin\alpha$ সর্বোচ্চ।

$\therefore \sin\alpha = 1$

$\alpha = 90^\circ$

JANANI

Scanned with CamScanner

Subject : .... Date : ....

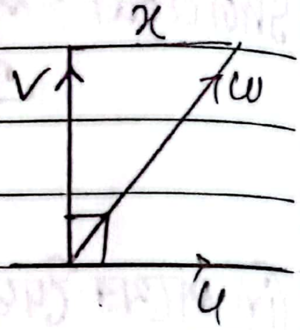
∴ সর্বনিম্ন সময়ে নদী পাড়ি দিতে মাঝিকে স্রোতের সাথে লম্বভাবে নৌকা চালাতে হবে।

(vi) নদী পার হতে প্রয়োজনীয় সময়, $t_{min} = \frac{d}{v\sin\alpha}$

$$\Rightarrow t_{min} = \frac{2}{4\sin 90°}$$

$$\Rightarrow t_{min} = 0.5\ h$$ (Ans.)

(vii) ১ম পদ্ধতি



লব্ধিবেগ, $w = \sqrt{u^2+v^2}$

$$\Rightarrow w = \sqrt{2^2+4^2}$$

$$\Rightarrow w = 2\sqrt{5}$$

লব্ধিবেগ নিয়ে অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s = w\,t_{min}$

$$\Rightarrow s = 2\sqrt{5} \times 0.5$$

$$\Rightarrow s = \sqrt{5}$$

মনে করি, পাড় বরাবর অতিক্রান্ত দূরত্ব $= x$

$$\therefore x^2 = s^2 - d^2$$

$$= 5 - 4$$

$$\Rightarrow x = 1\ km$$

অর্থাৎ, পাড় বরাবর অতিক্রান্ত দূরত্ব 1 km.

২য় পদ্ধতি

পাড় বরাবর অতিক্রান্ত দূরত্ব, $x = (u + v\cos\alpha)\cdot t_{min}$

Scanned with CamScanner

Subject : .... Date : ....

$\Rightarrow x = (2 + 4\cos 90^\circ)\, 0.5$

$\Rightarrow x = 1$ km

(viii) পথের দৈর্ঘ্য, $s = \omega t_{min}$

$= \sqrt{u^2+v^2}\, t_{min}$

$= \sqrt{2^2+4^2} \times 0.5$

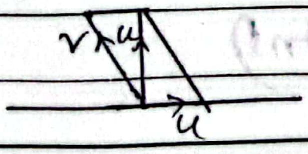
$= \sqrt{5}$ km

বিকল্প পদ্ধতি পথের দৈর্ঘ্য, $s = \sqrt{x^2+d^2}$

$= \sqrt{1^2+2^2}$

$= \sqrt{5}$ km.

নদী নৌকার অংকের প্রয়োজনীয় তথ্যাদির ছক

সর্বনিম্ন পথ	সর্বনিম্ন সময়
১. $u \wedge v = \alpha = \cos^{-1}\left(-\frac{u}{v}\right)$	১. $\alpha = 90^\circ$
২. নদী পার হতে প্রয়োজনীয় সময়, $t = d/v\sin\alpha$	২. $t_{min} = \frac{d}{v}$
৩. পাড় বরাবর দূরত্ব, $x = (u + v\cos\alpha)\, d/v\sin\alpha$	৩. $x = \frac{ud}{v}$
৪. পথের দৈর্ঘ্য, $s = \sqrt{x^2+d^2}$ $s = \omega t$	৪. $s = \sqrt{x^2+d^2}$ বা $s = \omega t_{min}$
৫. লব্ধিবেগ, $\omega = \sqrt{v^2-u^2}$ $\omega = \sqrt{u^2+v^2+2uv\cos\alpha}$ 	৫. $\omega = \sqrt{u^2+v^2}$

JANANI

Scanned with CamScanner

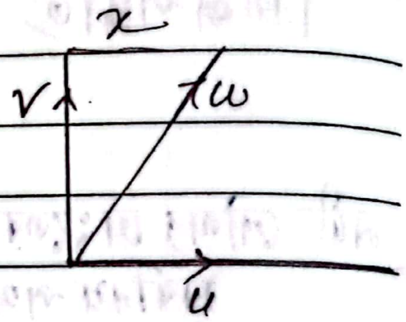
Subject : .... Date : ....

Pbm→02: শুভ ও রাহাত 2km প্রস্থের নদী পাড়ি দেওয়ার প্রতিযোগিতায় অংশ নিল। নৌকার বেগ $5 kmh^{-1}$, স্রোতের বেগ $3 kmh^{-1}$। শুভ নৌকা লম্বভাবে চালালো এবং রাহাত এমনভাবে চালালো যেন ঠিক বিপরীত বিন্দুতে পৌঁছায়।

(i) শুভ স্রোতের ঢালে কতটুকু দূরত্ব অতিক্রম করবে?

(ii) কে বিজয়ী হবে গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।

Solution



(i) এখানে,

স্রোতের বেগ, $u = 3 kmh^{-1}$

নৌকার বেগ, $v = 5 kmh^{-1}$

$u \wedge v = \alpha = 90^\circ$

নৌকার লব্ধিবেগ $= w$

এখন, $w = \sqrt{v^2 + u^2} = \sqrt{3^2 + 5^2}$

$\Rightarrow w = \sqrt{34}$

নদী পার হতে প্রয়োজনীয় সময়, $t = \frac{d}{v} = \frac{2}{5}$

$= 0.4h$

লব্ধিবেগ নিয়ে অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s = wt$

$= \sqrt{34} \times 0.4$

$= 2.332$ km.

ধরি, স্রোতের ঢালে অতিক্রান্ত দূরত্ব x

$\therefore x = \sqrt{s^2 - d^2}$

$= \sqrt{2.332^2 - 2^2}$

$\Rightarrow x = 1.2$ km (Ans)

JANANI

Scanned with CamScanner

Subject : .... Date : ....

বিকল্প পদ্ধতি (For MCQ)

নদীর প্রস্থ, $d = 2 km$

নৌকার বেগ, $v = 5 kmh^{-1}$

স্রোতের বেগ, $u = 3 kmh^{-1}$

∴ স্রোতের ঢালে অতিক্রান্ত দূরত্ব, $x = \frac{ud}{v} = \frac{3 \times 2}{5}$

$= 1.2 km.$

(ii) i. হতে পাই

সুমনের নদী পার হতে প্রয়োজনীয় সময়, $t_1 = 0.4 h.$

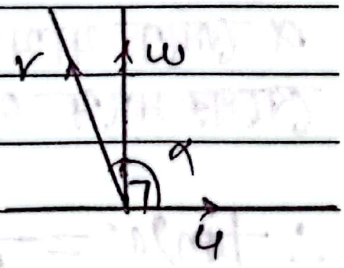
দেওয়া আছে

স্রোতের বেগ, $u = 3 kmh^{-1}$

নৌকার বেগ, $v = 5 kmh^{-1}$

মনে করি, সোজাসুজি নদী পাড়ি দিতে রাহাত স্রোতের সাথে α কোণে নৌকা চালায় এবং নৌকার লব্ধিবেগ, w স্রোতের বেগের সাথে $\theta = 90°$ উৎপন্ন করে।

∴ স্রোতের বেগের দিকে লম্বাংশ উপপাদ্য প্রয়োগ করে পাই,



$w \cos 90° = u \cos 0° + v \cos \alpha$

$\Rightarrow v \cos \alpha = -u$

$\Rightarrow \alpha = \cos^{-1}\left(-\frac{3}{5}\right)$

$\Rightarrow \alpha = 126.87°$

∴ রাহাতের নদী পার হতে সময় লাগে, $t_2 = \frac{d}{v \sin \alpha}$

Scanned with CamScanner

Subject : .... Date : ....

$\Rightarrow t_2 = \frac{2}{5 \sin 126.87°}$

$\Rightarrow t_2 = 0.5h.$

$t_1 > t_2$

সুতরাং প্রতিযোগিতায় শুভ বিজয়ী হবে।

Pbm→03: স্রোতের বেগ 3 kmh⁻¹, নৌকার বেগ 4 kmh⁻¹ এবং নদীর প্রস্থ 5 km। মাঝি সর্বনিম্ন দূরত্বে পার হওয়ার জন্য নৌকা চালানো শুরু করল। অতঃপর 1 h পর বাকিপথ সর্বনিম্ন সময়ে পার হতে সিদ্ধান্ত নিল। নদী পার হতে তার মোট কত সময় লাগবে?

Solⁿ: দেওয়া আছে,

স্রোতের বেগ, $u = 3\ kmh^{-1}$

নৌকার বেগ, $v = 4\ kmh^{-1}$

নদীর প্রস্থ, $d = 5\ km$.

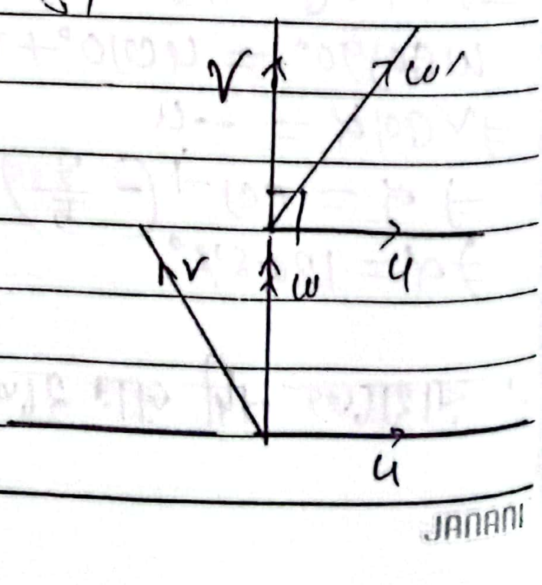
মনে করি, মাঝি সর্বনিম্ন দূরত্বে নদী পাড়ি দিতে স্রোতের সাথে α কোণে যাত্রা করে এবং নৌকার লব্ধিবেগ, ω স্রোতের বেগের সাথে $\theta = 90°$ উৎপন্ন করে।

$\therefore \tan 90° = \frac{v \sin\alpha}{u + v\cos\alpha}$

$\Rightarrow \frac{1}{0} = \frac{v \sin\alpha}{u + v\cos\alpha}$

$\Rightarrow \cos\alpha = -\frac{u}{v}$

$\Rightarrow \alpha = \cos^{-1}\left(-\frac{3}{4}\right)$



JANANI

Scanned with CamScanner

$\Rightarrow \alpha = 138.8^\circ$

$\therefore w = \sqrt{3^2 + 4^2 + 2 \times 3 \times 4 \cos 138.8^\circ}$
$= \sqrt{7}\ kmh^{-1}$

অর্থাৎ, 1h এ অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s_1 = \sqrt{7} \times 1 = \sqrt{7}\ km$

প্রস্থ বরাবর অবশিষ্ট পথ, $s_2 = (\sqrt{7} - 5)\ km$
$= 2.35\ km$

মাঝি অবশিষ্ট পথ সর্বনিম্ন সময়ে পাড়ি দেয়।

তাই, $t_{min} = \frac{s_2}{v \sin 90^\circ}$

$t_{min} = \frac{2.35}{4} = 0.58\ h$

$\therefore$ নদী পার হতে প্রয়োজনীয় সময় $= t_1 + t_{min}$
$= 1h + 0.58h$
$= 1.58h$ (Ans)

Pb^m → 04: কোনো নদীতে একটি নৌকার স্রোতের অনুকূলে ও প্রতিকূলে বেগ যথাক্রমে 18 kmh^{-1} এবং 6 kmh^{-1}। নৌকাটি কত বেগে কোন দিকে চালনা করলে সোজা অপর পাড়ে পৌঁছাবে?

Sol^n: স্রোতের বেগ, u এবং নৌকার বেগ v হলে

$u + v = 18$ — (1)

$v - u = 6$ — (2)

(1)+(2) $\Rightarrow v = 12\ kmh^{-1}$

JANANI

Scanned with CamScanner

Subject : .... Date : ....

(1)-(2) ⇒ $u = 12/2 = 6\ kmh^{-1}$

মনে করি স্রোতের সাথে α কোণে নৌকা চালালে নৌকাটি সোজা অপর পাড়ে পৌঁছাবে এবং নৌকার লব্ধিবেগ ω স্রোতের বেগের সাথে θ = 90 ডিগ্রি উৎপন্ন করবে।

$$\therefore \tan 90° = \frac{v\sin\alpha}{u + v\cos\alpha}$$

$$\Rightarrow v\cos\alpha = -4$$

$$\Rightarrow \alpha = \cos^{-1}\left(-\frac{6}{12}\right)$$

$$\Rightarrow \alpha = 120°$$

আবার, $\omega^2 = u^2 + v^2 + 2uv\cos\alpha$

$$\Rightarrow \omega^2 = 6^2 + 12^2 + 2 \times 6 \times 12 \cos 120°$$

$$\Rightarrow \omega^2 = 108$$

$$\Rightarrow \omega = 10.39\ kmh^{-1}$$

যেহেতু নৌকার প্রকৃত বেগ $12 kmh^{-1}$, তাই $12\ kmh^{-1}$ বেগে ~~12~~ স্রোতের সাথে 120° কোণে নৌকা চালাতে হবে।

Scanned with CamScanner