2nd Chapter

Subject : Vectors Date : 24-08-2026 Monday

রাশি : ভৌত জগতে যা কিছু পরিমাপযোগ্য তাকে রাশি বলে

নির্ভরশীলতার উপর ভিত্তি করে ভৌত রাশি দুই প্রকার। যথা:
(i) মৌলিক রাশি : যেসকল রাশি অন্য কোনো রাশির উপর নির্ভর করে না তাদের মৌলিক রাশি বলে। যেমন: ভর, দৈর্ঘ্য, সময় তাপমাত্রা, বিদ্যুৎপ্রবাহ, দীপন তীব্রতা ইত্যাদি।

(ii) লব্ধ রাশি : যেসকল রাশি দুই বা ততোধিক রাশির উপর নির্ভরশীল তাদের যৌগিক বা লব্ধ রাশি বলে। যেমন: দ্রুতি আয়তন, বল, কাজ, শক্তি ইত্যাদি।

মান এবং দিকের উপর ভিত্তি করে রাশিকে দুভাগে ভাগ করা যায়। যথা:
(i) স্কেলার রাশি বা অদিক রাশি : যেসকল রাশিকে প্রকাশ করার জন্য শুধুমাত্র মানের প্রয়োজন, দিক নির্দেশের কোনো দরকার হয় না তাকে স্কেলার রাশি বলে। যেমন: ভর, দৈর্ঘ্য, দূরত্ব, কাজ, ক্ষমতা, শক্তি ইত্যাদি।

(ii) ভেক্টর বা দিক রাশি : যেসকল রাশিকে প্রকাশের জন্য মান এবং দিক উভয়ের দরকার তাকে ভেক্টর রাশি বলে। যেমন: বল, সরণ, প্রাবল্য, ওজন, বেগ ইত্যাদি।

নিচের রাশিগুলো ভেক্টর রাশি—

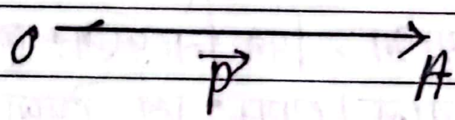
সাধারণত → সান্দ্রবল
বেগে → বেগ/বেগ
সব → সরণ
তরুণেরাই → ত্বরণ
প্রবল → প্রাবল্য
টক → টর্ক
দই → চৌম্বক দৈর্ঘ্য
প্রিয় → সুষম
ও জন → ওজন

Scanned with CamScanner

Subject : .... Date : ....

ভেক্টর রাশির প্রকাশ : কোনো একটি ভেক্টর রাশিকে নিম্নোক্ত দুইভাবে প্রকাশ করা হয়ে থাকে।
(i) জ্যামিতিক উপায়ে
(ii) সংকেত বা অক্ষরের মাধ্যমে

জ্যামিতিক উপায়ে : জ্যামিতিক উপায়ে কোনো ভেক্টরকে তীর চিহ্নযুক্ত সরলরেখা দ্বারা নির্দেশ করা হয়। নির্দিষ্ট স্কেলে সরলরেখাটির দৈর্ঘ্য রাশির মান এবং তীর চিহ্ন ভেক্টরকে দিক নির্দেশ করে।
তীর চিহ্নটি সরলরেখাটির শেষে থাকলে ভালো হয় তবে মাঝে বা অন্যস্থানে থাকলেও সমস্যা নেই। তীরচিহ্ন যে দিককে নির্দেশ করে সেই দিকে সরলরেখাটির শেষবিন্দুটি শীর্ষবিন্দু এবং বিপরীত বিন্দুটি হচ্ছে ভেক্টরটির আদিবিন্দু।



$\vec{P} = \vec{OA}$

$\vec{P}$ এর মান $= |\vec{P}| = OA$

সংকেতের মাধ্যমে : সংকেতের মাধ্যমে নিম্নোক্ত চার উপায়ে কোনো ভেক্টর রাশিকে প্রকাশ করা যায়।
(i) অক্ষরের উপর তীর চিহ্ন দিয়ে : $\vec{A}$
(ii) অক্ষরের উপর রেখা চিহ্ন দিয়ে : $\overline{A}$
(iii) অক্ষরের নিচে রেখা চিহ্ন দিয়ে : $\underline{A}$
(iv) ছাপার সময় মোটা হরফে।

Subject : .... Date : ....

ভেক্টর রাশি ও স্কেলার রাশির পার্থক্য :

ভেক্টর রাশি	স্কেলার রাশি
১। ভেক্টর রাশি প্রকাশের জন্য মান ও দিক উভয়ের দরকার।	১। স্কেলার রাশি প্রকাশের জন্য শুধুমাত্র মানের প্রয়োজন।
২। শুধু মান অথবা শুধু দিক অথবা উভয়ের পরিবর্তন হলে ভেক্টর রাশি পরিবর্তিত হয়।	২। ~~শুধু~~ শুধুমাত্র মানের পরিবর্তন হলেই স্কেলার রাশি পরিবর্তিত হয়।
৩। ভেক্টর রাশির যোগ, বিয়োগ, গুণ, সাধারণ বীজগণিতের নিয়মে হয় না, ~~বিশেষ বীজগ~~ ভেক্টর বিজগণিতের নিয়মানুসারে হয়।	৩। স্কেলার রাশির যোগ, বিয়োগ গুণ সাধারণ বীজগাণিতিক নিয়মে হয়।
৪। দুটি ভেক্টর রাশির মধ্যে কোনোটি শূন্য না হলেও তাদের গুণফল শূন্য হতে পারে।	৪। দুটি স্কেলার রাশির মধ্যে ন্যূনতম একটির মান ও শূন্য হলে গুণফল শূন্য হয়।
৫। প্রকাশের জন্য বিশেষ চিহ্নের প্রয়োজন।	৫। প্রকাশের জন্য কোনো বিশেষ চিহ্ন লাগে না।
৬। দুটি ভেক্টর রাশির গুণফল গুণের প্রকৃতির উপর নির্ভর করে স্কেলার অথবা ভেক্টর রাশি হতে পারে।	৬। দুটি স্কেলার রাশির গুণফল সর্বদাই স্কেলার রাশি হবে।

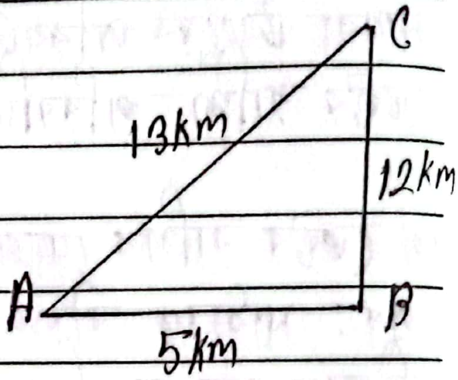
Scanned with CamScanner

Subject : .... Date : ....

দূরত্ব ও সরণ

দূরত্ব: কোনো বস্তুর অবস্থানের পরিবর্তনকে দূরত্ব বলে। অন্যকথায় দূরত্ব হচ্ছে কোনো বস্তুর মোট অতিক্রান্ত পথ।

সরণ: নির্দিষ্ট দিকে কোনো বস্তুর অতিক্রান্ত সর্বনিম্ন দূরত্বকে সরণ বলে। আদিবিন্দু ও শেষবিন্দুর মাঝে লম্বালম্বি shortcut পথই হলো সরণ।



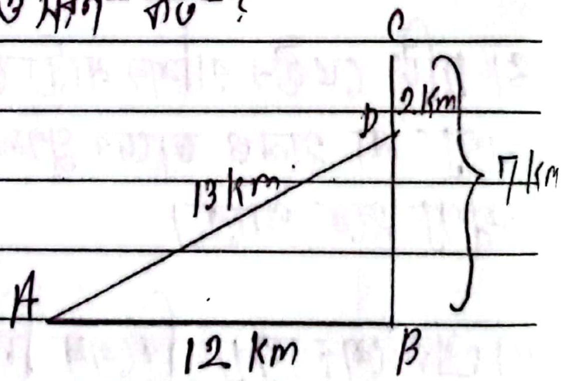
A হতে C বিন্দুতে যাওয়ার ক্ষেত্রে—

দূরত্ব = 5+12 = 17 km

সরণ = 13 km.

* একজন ব্যক্তি প্রথমে 12 km পূর্বে, তারপর 7 km উত্তরে এবং পরে 2 km দক্ষিণে গেল। তার দূরত্ব ও সরণ কত?

⇒



দূরত্ব = 12+7+2 = 21 km

সরণ = 13 km.

ভেক্টর রাশির কতিপয় সংজ্ঞা

শূন্য বা Null vector: যে ভেক্টরের মান শূন্য তাকে শূন্য ভেক্টর বলে। শূন্য ভেক্টরকে $\vec{0}$ দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

কোনো ভেক্টরের নির্দেশক রেখাংশের আদিবিন্দু ও প্রান্তবিন্দু মিলে গেলে রেখাংশটি একটি বিন্দুতে পরিণত হয়। এ ধরনের ভেক্টরকে শূন্য ভেক্টর বলে।

JANANI

Scanned with CamScanner

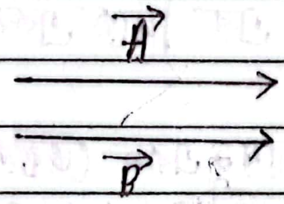
Subject : Vectors Date : 25-08-2020 Tuesday

শূন্য ভেক্টরের মান $|\vec{0}| = 0$, কিন্তু সুনির্দিষ্ট দিক নেই।

তাৎপর্য : কোনো বস্তু যেকোনো পথে A বিন্দু হতে যাত্রা করে A বিন্দুতে ফিরে এলে বস্তুটির সরণের মান হবে 0। কিন্তু বস্তুটির সরণ = $\vec{0}$, কেননা সরণ একটি ভেক্টর রাশি।
তাই কোনো বস্তুর সরণের মান শূন্য হলে বস্তুটির সরণ প্রকাশের জন্য null vector এর প্রয়োজনীয়তা অপরিহার্য।

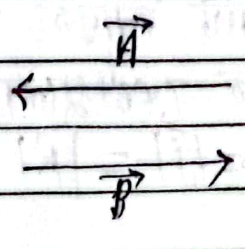
শূন্য ভেক্টর নিম্নোক্ত উপায়ে পাওয়া যায়
(i) দুটি সমান vector বিয়োগ করে। $\vec{A} - \vec{A} = \vec{0}$
(ii) কোনো vector এর সাথে তার বিপরীত ভেক্টর যোগ করে।
$\vec{A} + (-\vec{A}) = 0$

সমান ভেক্টর (Equal Vector) : একই জাতীয় দুটি ভেক্টরের মান ও দিক সমান হলে তাদেরকে সমান Vector বলে।
দুটি ভেক্টরের দিক তখনই সমান হয় যখন ভেক্টরদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ হয় 0°।



$\vec{A} = \vec{B}$ হলে
(i) $|\vec{A}| = |\vec{B}|$
(ii) $\vec{A} \wedge \vec{B} = 0°$

ঋণাত্মক বা বিপরীত ভেক্টর (Negative Vector) : একই জাতীয় দুটি ভেক্টরের মান সমান কিন্তু দিক বিপরীত হলে তাদেরকে ঋণাত্মক ভেক্টর বলে।



$\vec{A} = -\vec{B}$ হলে
(i) $|\vec{A}| = |\vec{B}|$
(ii) $\vec{A} \wedge \vec{B} = 180°$

JANANI

Scanned with CamScanner

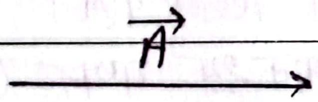
Subject : Date :

দুটি সমজাতীয় সমান মানের vector পরস্পর বিপরীত দিকে ক্রিয়ারত থাকলে তাদের একটির সাপেক্ষে অপরটির মান ঋণাত্মক হয়।

সদৃশ বা like ভেক্টর : একই জাতীয় দুই বা ততোধিক ভেক্টর যদি একই দিকে ক্রিয়া করে তবে তাদেরকে সদৃশ ভেক্টর বলে।

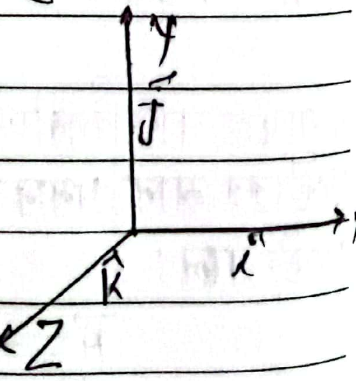
বিসদৃশ বা Unlike ভেক্টর : একই জাতীয় দুই বা ততোধিক ভেক্টর যদি বিপরীত দিকে ক্রিয়া করে তবে তাদের বিসদৃশ ভেক্টর বলে।

একক ভেক্টর (Unit vector) : যে ভেক্টরের মান এক একক তাকে একক ভেক্টর বলে।
কোনো vector এর মান যদি 0 না হয় তবে ঐ মান দ্বারা ঐ ভেক্টরকে ভাগ করলে ঐ ভেক্টরের দিকে একক ভেক্টর পাওয়া যায়।



$\vec{A}$ এর দিকে একক vector, $\hat{a} = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|}$

আয়ত একক ভেক্টর (Rectangular unit vector) : ত্রিমাত্রিক কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় তিনটি ধনাত্মক অক্ষ বরাবর যে তিনটি একক ভেক্টর চিন্তা করা হয় তাদেরকে আয়ত একক ভেক্টর বলে।

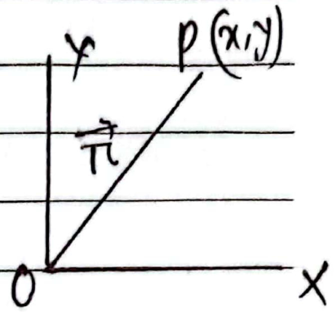


ত্রিমাত্রিক কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় তিনটি ধনাত্মক x, y ও z অক্ষ বরাবর একক ভেক্টরগুলো যথাক্রমে $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$ ।

$|\hat{i}| = |\hat{j}| = |\hat{k}| = 1$

মনে রাখতে হবে, একক ভেক্টরের দিক মূল ভেক্টরের দিকে হয় কিন্তু আয়ত একক ভেক্টরের দিক যথাক্রমে x, y ও z অক্ষ বরাবর হয়।

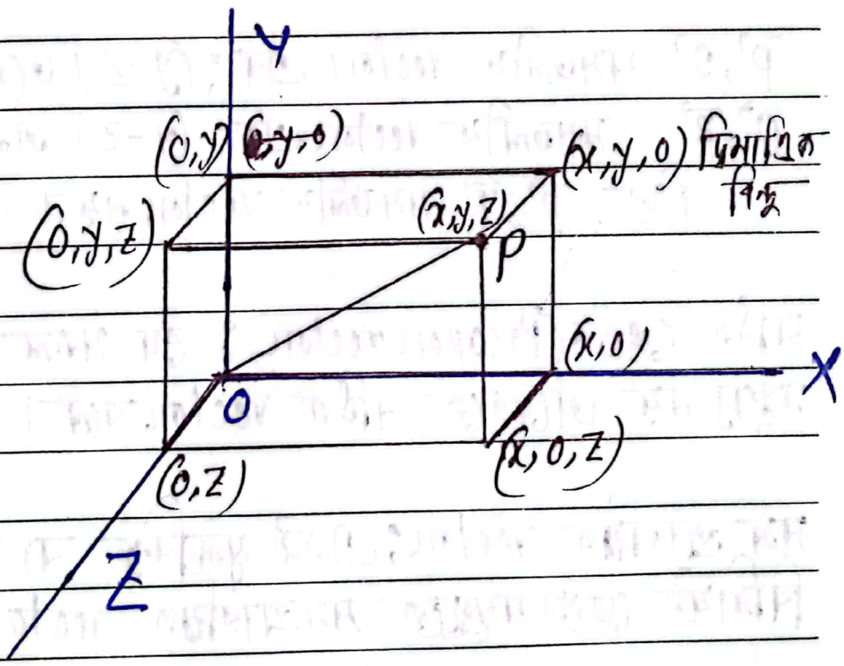
অবস্থান ভেক্টর (Position Vector): প্রসঙ্গ কাঠামোর মূলবিন্দুর সাপেক্ষে কোনো বিন্দুর অবস্থান যে ভেক্টরের সাহায্যে প্রকাশ করা হয় তাকে অবস্থান ভেক্টর বলে।



P বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর $= \vec{OP}$

$= \vec{r}$

$= x\hat{i} + y\hat{j}$



একটি অবস্থানে একটি ত্রিমাত্রিক বিন্দু বিদ্যমান। চিত্রে P একটি ত্রিমাত্রিক বিন্দু।

O বিন্দুর সাপেক্ষে P বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর $= \vec{OP}$

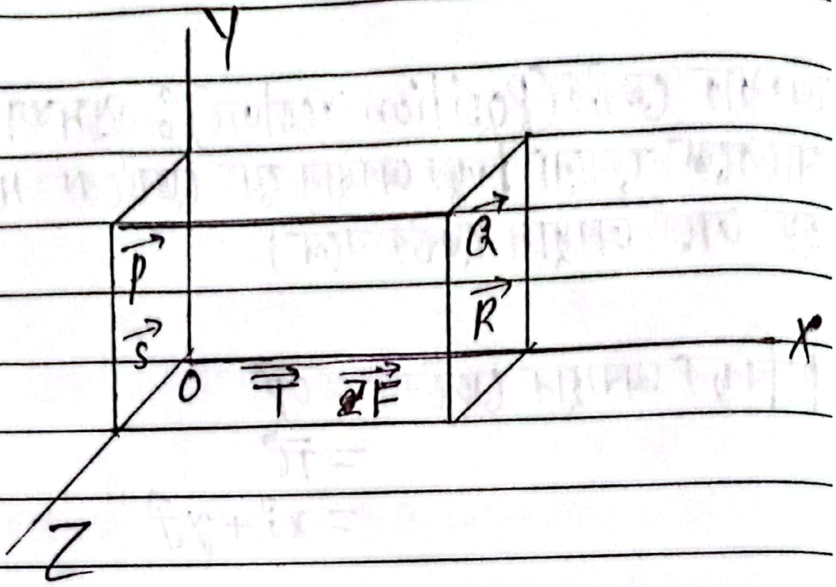
$= x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$

JANANI

Scanned with CamScanner

Subject : Date :

সমতলীয় ভেক্টর (Co-planer vector) : দুই বা ততোধিক ভেক্টর যদি একই তলে ক্রিয়া করে তবে তাদেরকে সমতলীয় ভেক্টর বলে।



$\vec{P}, \vec{S}$ সমতলীয় vector এবং (y-z) তলে অবস্থিত।
$\vec{Q}, \vec{R}$ সমতলীয় vector এবং (y-z) তলে অবস্থিত
কিন্তু $\vec{P}, \vec{T}$ সমতলীয় vector নয়।

সঠিক ভেক্টর (Proper vector) : যে সকল ভেক্টরের মান শূন্য নয় তাদেরকে সঠিক vector বলে।

সম প্রারম্ভিক vector : একই মূলবিন্দু বা পাদবিন্দু বিশিষ্ট ভেক্টর সমূহকে সমপ্রারম্ভিক vector বলে।

Topic : ভেক্টর রাশির যোগন

একই জাতীয় দুই বা ততোধিক ভেক্টর রাশির বা উপাংশের যোগের ফলে যে নতুন ভেক্টর রাশি পাওয়া যায় তাকে এদের লব্ধি বলে।

দুই বা ততোধিক ভেক্টর রাশির যোগফল নির্ণয়কে

Subject : .... Date : ....

ভেক্টর যোজন এর : একটি ভেক্টর রাশি হতে অপর একটি ভেক্টর রাশির বিয়োগফল নির্ণয়কে ভেক্টর বিয়োজন বলে।

ভেক্টর যোজন (Addition of Vectors) : ভেক্টর যোগনের পদ্ধতি মূলত দুটি। যথা: ① জ্যামিতিক পদ্ধতি এবং ② বিশ্লেষণ বা গাণিতিক পদ্ধতি।

জ্যামিতিক পদ্ধতিতে ভেক্টর যোগন নিচের নিয়ম ও সূত্রগুলোর সাহায্যে করা যায়।

(ক) সাধারণ নিয়ম

(খ) ত্রিভুজ সূত্র

(গ) বহুভুজ সূত্র

(ঘ) সামান্তরিক সূত্র

(ঙ) উপাংশ সূত্র

সাধারণ নিয়ম : সাধারণ নিয়মে দুটি ভেক্টরকে যোগ করতে নিম্নোক্ত পদক্ষেপগুলো মেনে চলতে হয়:

১। ১ম ভেক্টরের শীর্ষবিন্দুতে ২য় ভেক্টরের প্রান্তবিন্দু বা আদিবিন্দু স্থাপন করতে হয়। আর এ জন্য ২য় ভেক্টরকে সমান্ত আদি অবস্থানের সমান্তরালে প্রতিস্থাপন করতে হয়।

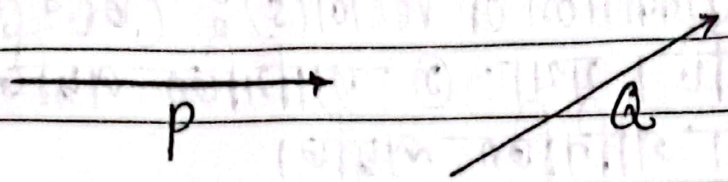
২। ১ম ভেক্টরের আদিবিন্দু ও প্রতিস্থাপিত ২য় ভেক্টরের শীর্ষবিন্দু যোগ করতে হয়।

JANANI

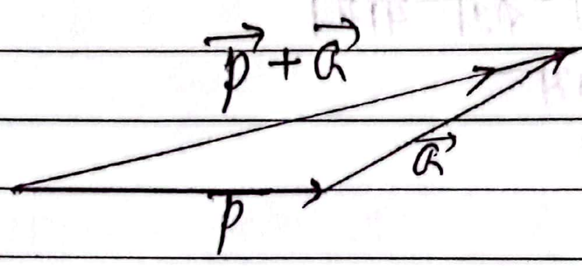
Scanned with CamScanner

Subject : Date :

ফলাফল : ১ম ভেক্টরের আদিবিন্দু ও প্রতিস্থাপিত ২য় ভেক্টরের শীর্ষবিন্দু সংযোজক সরলরেখার দৈর্ঘ্য হল ভেক্টরদ্বয়ের ~~মান। এবং~~ লব্ধির মান। এবং লব্ধির দিক ২য় ভেক্টরের শীর্ষবিন্দুর দিকে।



$\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ এর ~~লব্ধি~~ যোজন ভেক্টর নিম্নরূপ :

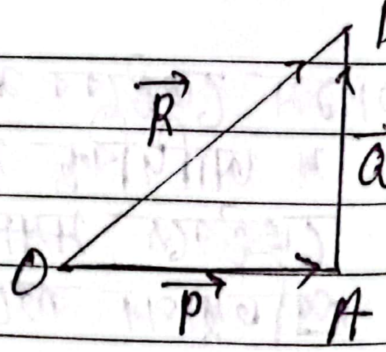


ত্রিভুজ সূত্র : যদি কোনো ত্রিভুজের দুইটি সন্নিহিত বাহু দ্বারা একই ক্রমে দুটি একই জাতীয় ভেক্টরের মান ও দিক প্রকাশ করা যায় তবে ৩য় বাহু বিপরীতক্রমে উক্ত ভেক্টরদ্বয়ের লব্ধির মান ও দিক প্রকাশ করবে।

$\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ ভেক্টরদ্বয়ের লব্ধি $\vec{R}$

$\therefore \vec{OA} + \vec{AB} = \vec{OB}$

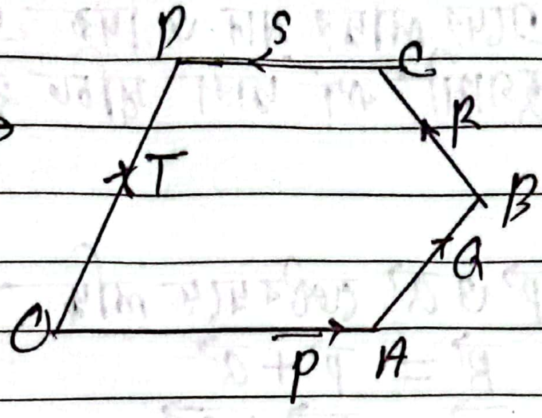
$\vec{P} + \vec{Q} = \vec{R}$



বহুভুজ সূত্র : দুই এর অধিক সমজাতীয় ভেক্টরের ক্ষেত্রে ১ম ভেক্টরের শীর্ষবিন্দুর সাথে ২য় ভেক্টরের আদিবিন্দু, ২য় ভেক্টরের শীর্ষবিন্দুর সাথে ৩য় ভেক্টরের

Scanned with CamScanner

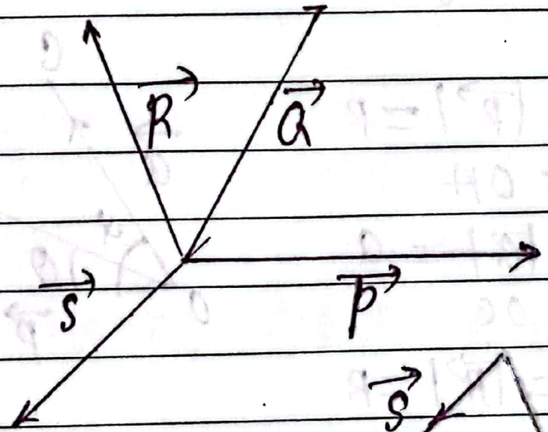
আদিবিন্দু এভাবে ভেক্টরগুলোকে একই ক্রমে সূচিত করে একটি বহুভুজ তৈরি করলে এর শেষ বাহুটি বিপরীতক্রমে ভেক্টরগুলোর লব্ধির মান ও দিক প্রকাশ করবে।



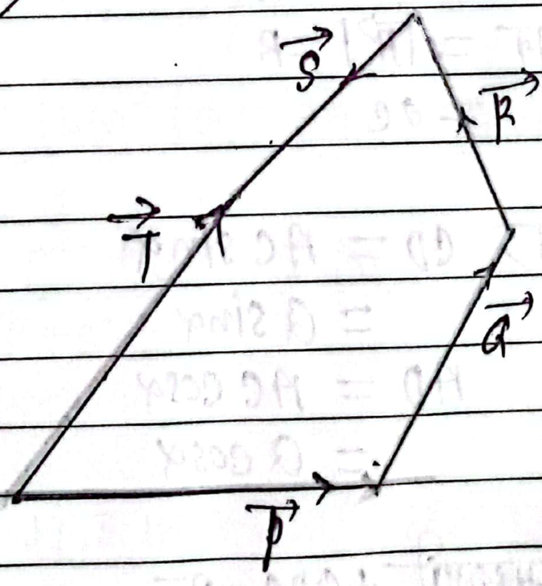
$\vec{OD} = \vec{OA} + \vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD}$

$\vec{T} = \vec{P} + \vec{Q} + \vec{R} + \vec{S}$

* নিচের ভেক্টরগুলোর বহুভুজ সূত্রের সাহায্যে লব্ধি নির্ণয় কর।



⇒



লব্ধি, $\vec{T} = \vec{P} + \vec{Q} + \vec{R} + \vec{S}$

JANANI

Scanned with CamScanner