পর্যায়বৃত্ত গতি (Periodic Motion)

সরল ছন্দিত স্পন্দন গতির বৈশিষ্ট্য :

(১) সাম্যাবস্থায় net force শূন্য হবে।

অর্থাৎ, $F_{net} = 0$

(২) এবার সাম্যাবস্থা থেকে যদি একটু সরণ ঘটানো হয়, তবে এ পয়েন্টের ত্বরণ হবে সরণের সমানুপাতিক এবং বিপরীতমুখী। সরণ যত বেশি হবে ত্বরণের মানও তত বেশি হবে, কিন্তু ত্বরণ ও সরণ পরস্পরের বিপরীতমুখী

mathematically,

$$a \propto -x$$

যেহেতু ত্বরণ, সরণের সমানুপাতিক ও বিপরীতমুখী, তাই বল ও সরণের সমানুপাতিক ও বিপরীতমুখী।

mathematically,

$$F \propto -x$$

$$a \propto -x$$
$$\Rightarrow ma \propto -ax$$
$$\Rightarrow F \propto -ax$$
$$\Rightarrow F \propto -x$$

(৩) ত্বরণ সর্বদাই সাম্যাবস্থা অভিমুখে ক্রিয়া করে।

সূত্রসমূহ :

(a) ত্বরণ, $a = -\omega^2 x$

(b) কৌণিক কম্পাঙ্ক, $\omega = \frac{2\pi}{T}$

$\omega = 2\pi f$

পর্যায়কাল, $T = \frac{2\pi}{\omega}$

(c) পর্যায়কাল, $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

Here, k = বল ধ্রুবক বা স্প্রিং ধ্রুবক

m = স্প্রিং এ ঝুলানো বস্তুর ভর

optional:

How to get, T ⇒ $F = -kx$

$ma = -kx$

$a = -\left(\frac{k}{m}\right)x$

comparing with $a = -\omega^2 x$

$$\boxed{\omega^2 = \frac{k}{m}}$$

$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ (math এ use হবে)

then, $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{k}{m}}}$

$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

and this is the formula of T.

(d) সরল ছন্দিত স্পন্দনের ব্যবকলনীয় সমীকরণ,

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$$

How to get: $F = -kx$

$\Rightarrow ma = -kx$

$\Rightarrow a = -\left(\frac{k}{m}\right)x$

$\Rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x$

$\Rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$

ত্বরণ, $a = \frac{dv}{dt}$

বেগ, $v = \frac{dx}{dt}$

so, $a = \frac{d^2x}{dt^2}$

(e) কম্পাঙ্ক, $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$

(f) সরল ছন্দিত স্পন্দনের সরণের সমীকরণ, $x = A\sin(\omega t + \delta)$

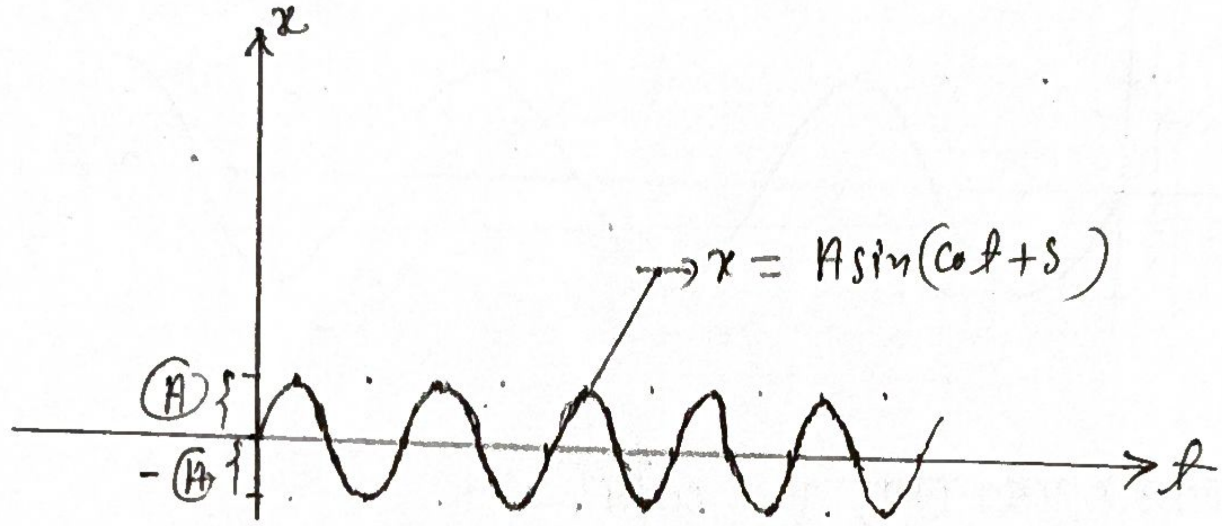
δ = আদি দশা

ω = কৌণিক কম্পাঙ্ক

A = বিস্তার বা maximum সরণ

$\omega t + \delta$ = t সময়ে দশা

সরণের graph:

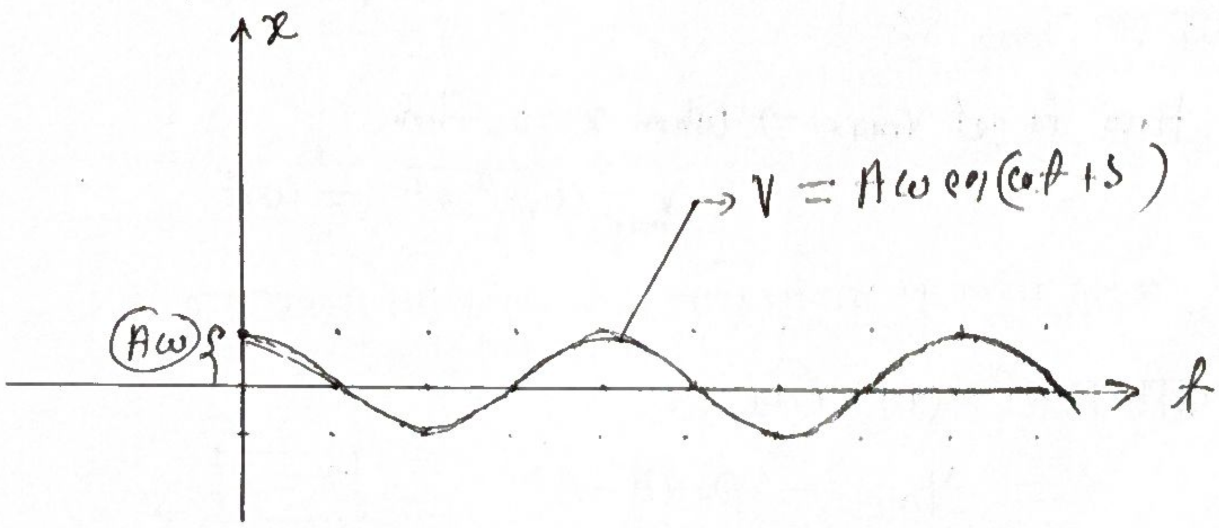


(g) সরল ছন্দিত স্পন্দনের বেগের সমীকরণ, $v = A\omega\cos(\omega t + \delta)$

How to get, বেগ, $v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}\{A\sin(\omega t + \delta)\}$

$= A\omega\cos(\omega t + \delta)$

বেগের graph:

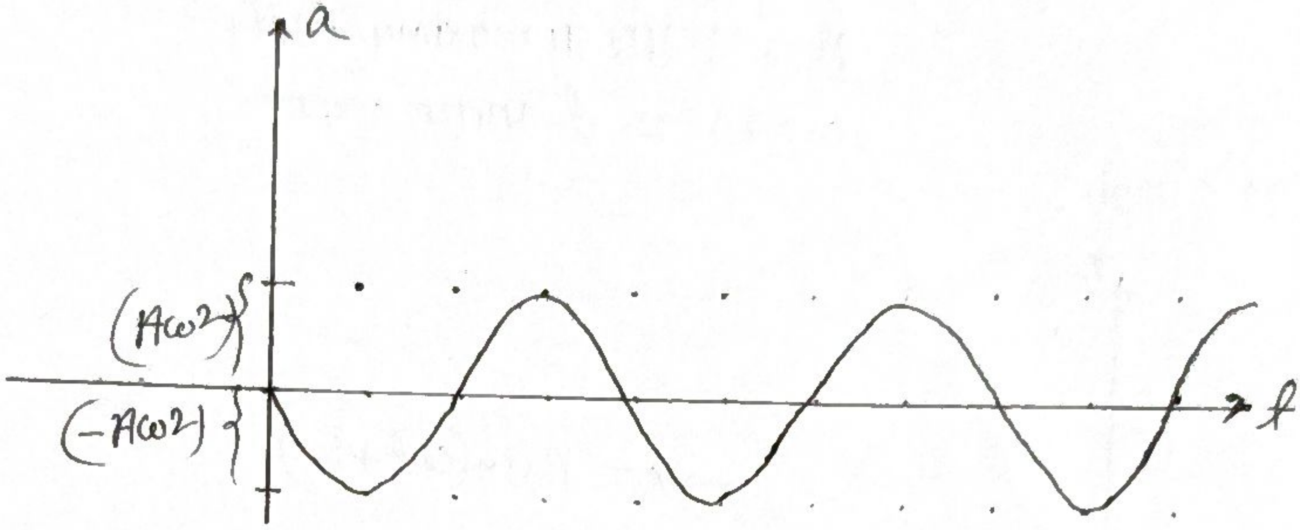


বেগের ~~magnitite~~ magnitude = $A\omega$

(গ) সরল ছন্দিত স্পন্দনের ত্বরণের সমীকরণ, $a = \frac{dv}{dt}$

$$\Rightarrow a = -A\omega^2 \sin(\omega t + \delta)$$

ত্বরণের graph :



(ঙ) SHM কণার x সরণে বেগ, $v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$

How to get the velocity $\Rightarrow v = A\omega \cos(\omega t + \delta)$

$$= A\omega\sqrt{1 - \sin^2(\omega t + \delta)}$$

$$= A\omega\sqrt{1 - \frac{A^2 x^2}{A^2}}$$

$$= A\omega\sqrt{\frac{A^2 - x^2}{A^2}}$$

$$v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$$

$x = A\sin(\omega t + \delta)$
$\Rightarrow \sin(\omega t + \delta) = \frac{x}{A}$

• সর্বোচ্চ বেগ, $v_{max} = \omega A$

How to get v_{max} $\Rightarrow$ when $x = 0$, then

$$v_{max} = \omega\sqrt{A^2 - 0^2} = \omega A$$

$x = 0$ সরণে বা সাম্যাবস্থায় SHM কণার বেগ সর্বোচ্চ হবে।

• বিস্তার পয়েন্টে বেগ সর্বনিম্ন হবে,

$$v_{min} = \omega\sqrt{A^2 - A^2} \qquad \boxed{x = A}$$

$$v_{min} = 0$$

① $a_{max} = -\omega^2 A$

বিস্তার পয়েন্টে বা $x = A$ পয়েন্টে ত্বরণ সর্বোচ্চ হবে।

② $a_{min} = 0$

সাম্যাবস্থায় বা $x = 0$ পয়েন্টে ত্বরণ সর্বনিম্ন হবে।

(k) শক্তি নির্ণয়:

বিভবশক্তি, $U = \frac{1}{2}kx^2$

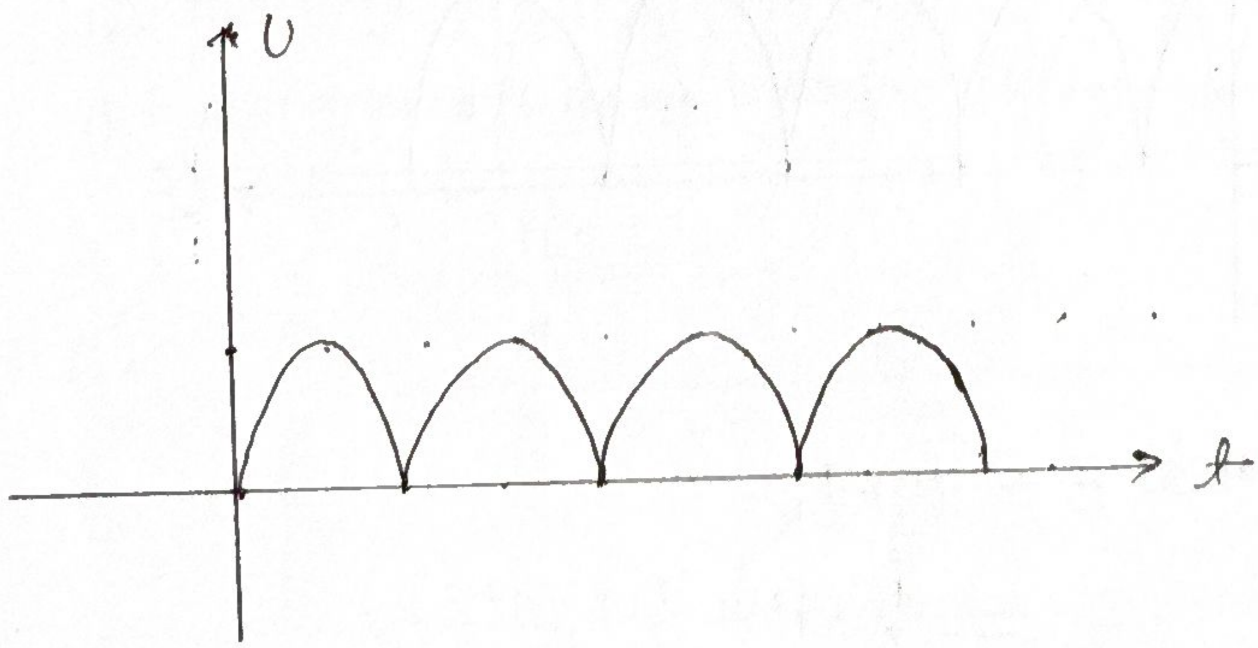
k = বল ধ্রুবক বা স্প্রিং ধ্রুবক

x = সাম্যাবস্থা থেকে সরণ

As, $x = A\sin(\omega t+\delta)$

then, $U = \frac{1}{2}k A^2 \sin^2(\omega t+\delta)$

বিভবশক্তির graph:



গতিশক্তি, $E_k = \frac{1}{2}k(A^2-x^2)$

How to get $E_k \Rightarrow$
$$E_k = \frac{1}{2}mv^2$$
$$= \frac{1}{2}m\{\omega\sqrt{A^2-x^2}\}^2$$
$$= \frac{1}{2}m\omega^2(A^2-x^2)$$
$$= \frac{1}{2}k(A^2-x^2)$$

$\omega^2 = \frac{k}{m}$

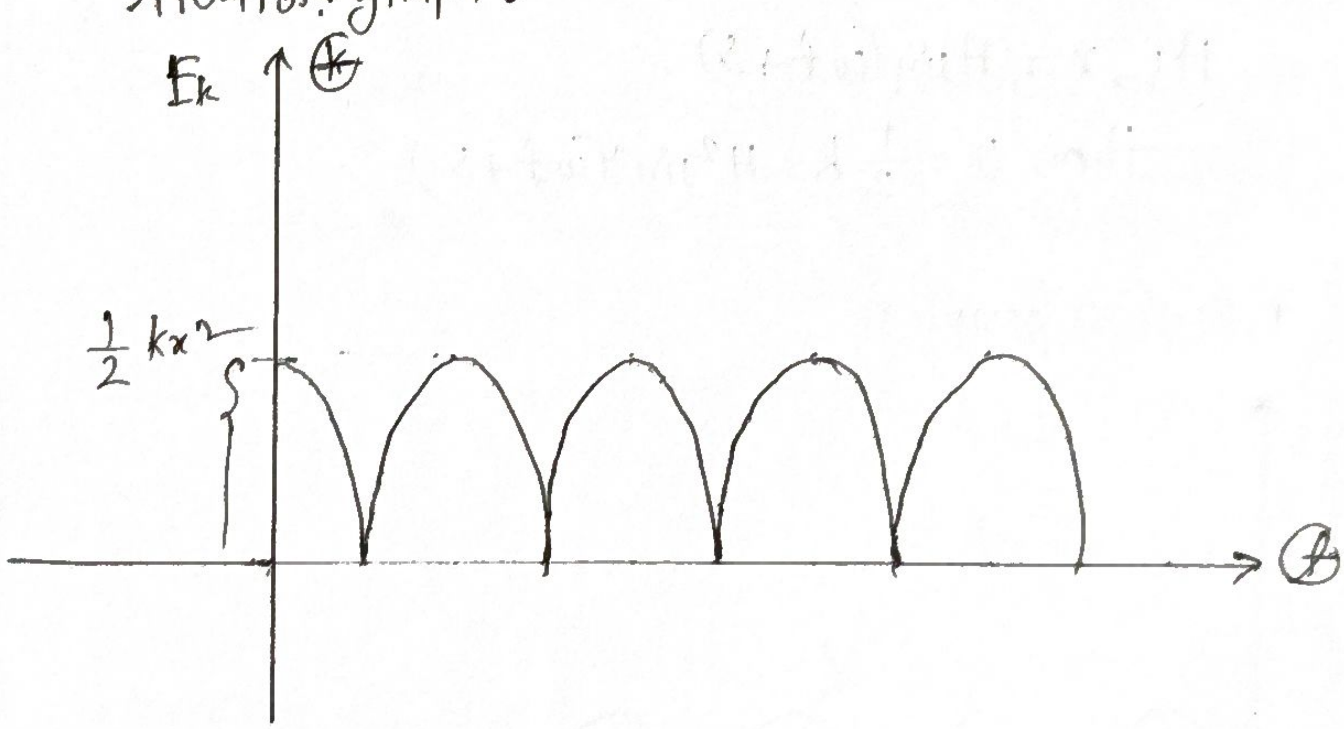
$\Rightarrow k = \omega^2 m$

$\Rightarrow k = m\omega^2$

$\boxed{k = m\omega^2}$

$$E_k = \frac{1}{2}kA^2\{1-\sin^2(\omega t+\delta)\}$$
$$= \frac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega t+\delta)$$

গতিশক্তির graph:



মোট শক্তি $E = U + E_k$
$$= \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}k(A^2-x^2)$$
$$E = \frac{1}{2}kA^2$$

মোট শক্তি, $E = \frac{1}{2}kA^2$

স্প্রিং এর প্রসারণে সরল ছন্দিত স্পন্দন

Math problem: একটি স্প্রিং কোনো দৃঢ় অবলম্বন থেকে ঝুলিয়ে এর মুক্তপ্রান্তে 2 kg ভর যুক্ত করা হলো, ফলে স্প্রিংটির প্রসারণ হয় 0.05 m. এবার স্প্রিংটিকে নিচের দিকে 0.08 m টেনে ছেড়ে দিলে SHM তৈরি হয়।

(a) স্প্রিং ধ্রুবক = ??

(b) কৌণিক কম্পাঙ্ক ও বিস্তার = ??

(c) সর্বোচ্চ বেগ ও ত্বরণ = ?? সর্বোচ্চ বল = ??

(d) সাম্যাবস্থান হতে 0.03 m সরণ অবস্থানে বেগ ও ত্বরণ নির্ণয় কর।

(e) পর্যায়কাল ও কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর।

(f) মোট শক্তি = ??

(g) সাম্যাবস্থা থেকে 0.03 m সরণ অবস্থানে শক্তি সংরক্ষণশীল কি না ??

(h) আদি দশা = ?? (h') → $t = 2$ sec সময়ে দশা = ???

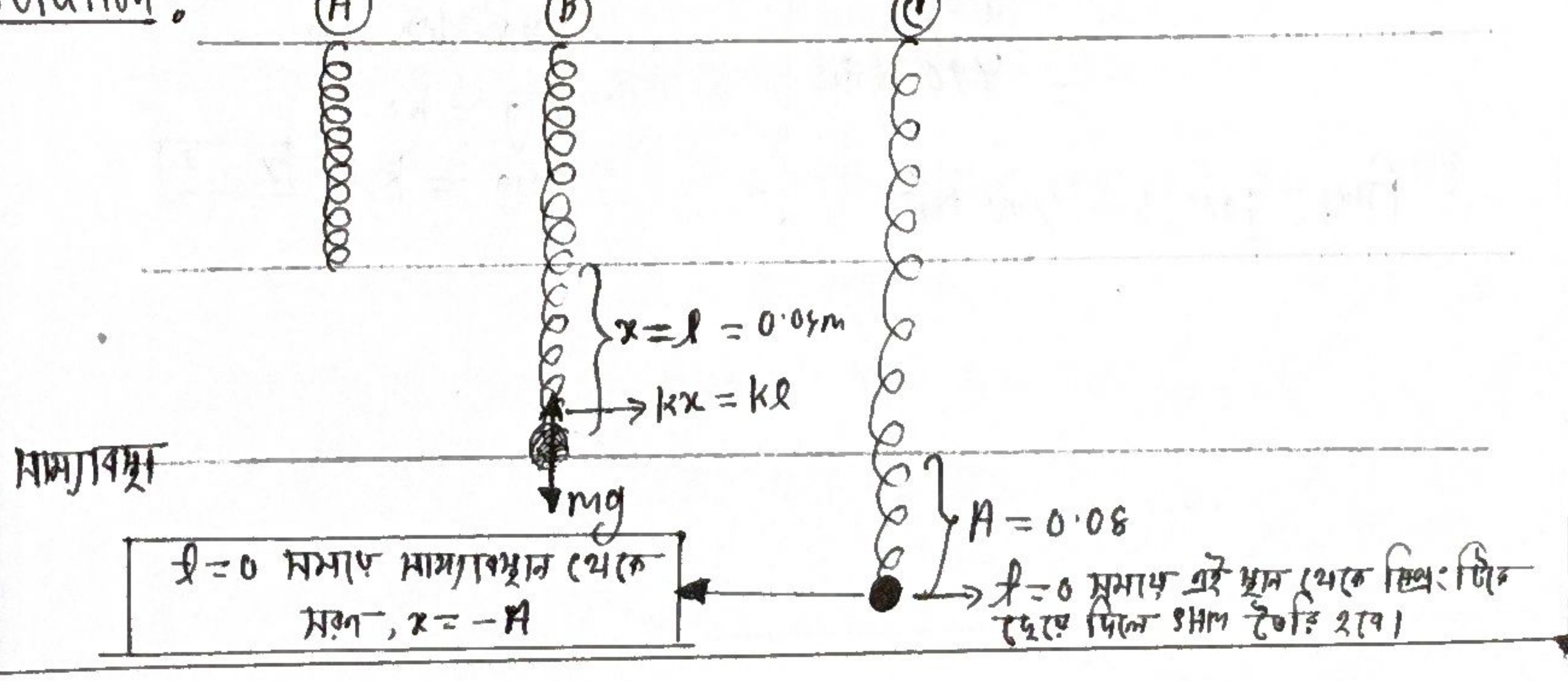
(i) সরল ছন্দিত স্পন্দনের সমীকরণ = ??

(j) যাত্রা শুরুর 0.15 sec পর কণার অবস্থান, বেগ ও ত্বরণ নির্ণয় কর।

(k) যাত্রা শুরুর 0.15 sec পর বিভবশক্তি ও গতিশক্তি নির্ণয় কর।

চিত্র

Solution:



Ⓐ → জোর ঝুলানোর আগের স্প্রিং

Ⓑ → জোর ঝুলানো হয়েছে কিন্তু SHM তৈরি হয় নি

Ⓒ → জোর ঝুলানো স্প্রিংটিকে 0.08 m টেনে ছেড়ে দেওয়া হয়েছে, যা স্প্রিংটির সর্বোচ্চ সরণ বা বিস্তার (A). এখানে SHM তৈরি হয়েছে।

So, $A = 0.08 m$

Ⓑ → B চিত্রে স্প্রিং এর সাথে যুক্ত করা বস্তুটির ওজন থাকা নিচের দিকে ক্রিয়াশীল, যার মান $= mg$.

এবং স্প্রিং এর প্রত্যয়নী বল $F = kx = kl$, ওজনের বিপরীত দিকে ক্রিয়াশীল।

$F = kl = kx$; $l = x$ = জোর ঝুলানোর ফলে স্প্রিং এর প্রসারণ

ⓐ স্প্রিং ধ্রুবক = ???

চিত্র Ⓑ অনুযায়ী,

সাম্যাবস্থায়, $mg = kl$

$\Rightarrow k = \frac{mg}{l}$

$= \frac{2 \times 9.8}{0.04}$

$= 490 \ Nm^{-1}$

স্প্রিং ধ্রুবক, $k = 490 \ Nm^{-1}$

why, $mg = kl$??

$\Rightarrow F = -kx$

$F' = mg$

সাম্যাবস্থায় $F_{net} = 0$

$F - F' = 0$

$mg - kx = 0$

$mg = kx$

$mg = kl$ $\boxed{x = l}$

খ) কৌণিক কম্পাঙ্ক ও বিস্তার:

বিস্তার = সর্বোচ্চ সরণ = $A = 0.08\ m$

কৌণিক কম্পাঙ্ক, $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

$\omega = \sqrt{\frac{490}{2}}$

$= 15.65\ rad s^{-1}$

কৌণিক কম্পাঙ্ক $= 15.65\ rad s^{-1}$

গ) সর্বোচ্চ বেগ ও ত্বরণ:

সর্বোচ্চ বেগ, $V_{max} = \omega A$

$= 15.65 \times 0.08$

$= 1.25219\ ms^{-1}$

সর্বোচ্চ ত্বরণ, $a_{max} = -\omega^2 A$

$= -15.65^2 \times 0.08$

$= 19.5938\ ms^{-2}$

ঘ) সাম্যাবস্থান থেকে 0.03 m সরণ অবস্থানে বেগ ও ত্বরণ:

যেকোনো পয়েন্টে বেগ, $V = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$

$= 15.65 \times \sqrt{0.08^2 - 0.03^2}$

$= 1.16\ ms^{-1}$

সাম্যাবস্থান থেকে $x = 0.03\ m$ সরণ অবস্থানে

বেগ, $V = 1.16\ ms^{-1}$

ত্বরণ, $a = -\omega^2 x$

$= -15.65^2 \times 0.03$

$= -7.3476\ ms^{-2}$

সাম্যাবস্থান থেকে $x = 0.03\ m$ সরণ অবস্থানে ত্বরণ $= -7.3476\ ms^{-2}$

(e) পর্যায়কাল ও কম্পাঙ্ক ঃ

স্প্রিং এর ক্ষেত্রে পর্যায়কালের সূত্র, $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

$T = 2\pi\sqrt{\frac{2}{490}}$

$= 0.4014\ sec$

পর্যায়কাল, $T = 0.4014\ sec$

কম্পাঙ্ক, $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$

$= \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{490}{2}}$

$f = 2.49\ s^{-1}$

কম্পাঙ্ক, $f = 2.49\ s^{-1}$

(f) মোট শক্তি, $E = \frac{1}{2}kA^2$

$= \frac{1}{2} \times 490 \times 0.08^2$

$= 1.568\ J$

মোট শক্তি, $E = 1.568\ J$

সাম্যাবস্থান থেকে 0.03 m সরণ অবস্থানে শক্তি সংরক্ষণশীল কি না ??

From (f),

মোট শক্তি, $E = 1.568\ J$

$x = 0.03\ m$ সরণ অবস্থানে বিভবশক্তি, $U = \frac{1}{2} kx^2$

$$\Rightarrow U = \frac{1}{2} \times 490 \times 0.03^2$$

$$= 0.2205\ J$$

$x = 0.03$ সরণ অবস্থানে গতিশক্তি, $E_k = \frac{1}{2} k(A^2 - x^2)$

$$= \frac{1}{2} \times 490 \times (0.08^2 - 0.03^2)$$

$$= 1.3475\ J$$

মোট শক্তি $= U + E_k$

$$= 0.2205 + 1.3475$$

$$= 1.568\ J$$

$$= E$$

মোট শক্তি $=$ $x = 0.03\ m$ সরণ অবস্থানে বিভবশক্তি ও গতিশক্তির সমষ্টি।

তাই $x = 0.03\ m$ সরণ অবস্থানে শক্তি সংরক্ষণশীল

(ক) সরল ছন্দিত স্পন্দনের সমীকরণ :

$x = A\sin(\omega t + \delta)$

$= 0.08 \sin\{15.65 t + -\frac{\pi}{2}\}$

$x = 0.08 \sin(15.65 t - \frac{\pi}{2})\ m$

$\delta = -\frac{\pi}{2}$

$\omega = 15.65$

$A = 0.08$

(ঘ) আদি দশা :

আদি দশা = δ

সরল ছন্দিত স্পন্দনরত কণার সরণের সমীকরণ, $x = A\sin(\omega t + \delta)$

$t = 0$ sec সময়ে আদি দশা পাওয়া যাবে।

So, আদি দশায় $x = A\sin(0 + \delta)$

$\Rightarrow -A = 0 \cdot A\sin\delta$

$\Rightarrow \sin\delta = -1$

$\Rightarrow \delta = -\frac{\pi}{2}$

$t = 0$ sec সময়ে সরণ, $x = -A$

সুতরাং আদি দশা, $\delta = -\frac{\pi}{2}$

(ঙ) সরল ছন্দিত স্পন্দনের সমীকরণ :

$\delta = -\frac{\pi}{2}$

$\omega = 15.65\ \text{rad s}^{-1}$

$A = 0.08\ m$

$x = A\sin(\omega t + \delta)$

$x = 0.08\sin\left(15.65t - \frac{\pi}{2}\right)\ m$

(চ) যাত্রা শুরুর 0.15 sec পর কণার অবস্থান, বেগ ও ত্বরণ নির্ণয় কর।

$x = 0.08\sin\left(15.65t - \frac{\pi}{2}\right)$

যাত্রা শুরুর 0.15 sec পর,

কণার অবস্থান বা সরণ, $x = 0.08\sin\left(15.65 \times 0.15 - \frac{\pi}{2}\right)$

$= 0.05607\ m$.

বেগ, $v = \omega\sqrt{(A^2 - x^2)} = 15.65\sqrt{(0.08^2 - 0.05607^2)} = 0.89\ ms^{-1}$

ত্বরণ, $a = -\omega^2 x = -15.65^2 \times 0.05607$

$= -13.73\ ms^{-2}$

(ii) যাত্রা শুরুর 0.15 sec পর বিভবশক্তি ও গতিশক্তি :

যাত্রা শুরুর 0.15 sec পর সরণ, $x = 0.05607\ m$

বিভবশক্তি, $U = \frac{1}{2}kx^2$

$= \frac{1}{2} \times 490 \times 0.05607^2$

$= 0.7702\ J$

গতিশক্তি $E_K = \frac{1}{2}k(A^2 - x^2)$

$= \frac{1}{2} \times 490 \times (0.08^2 - 0.056^2)$

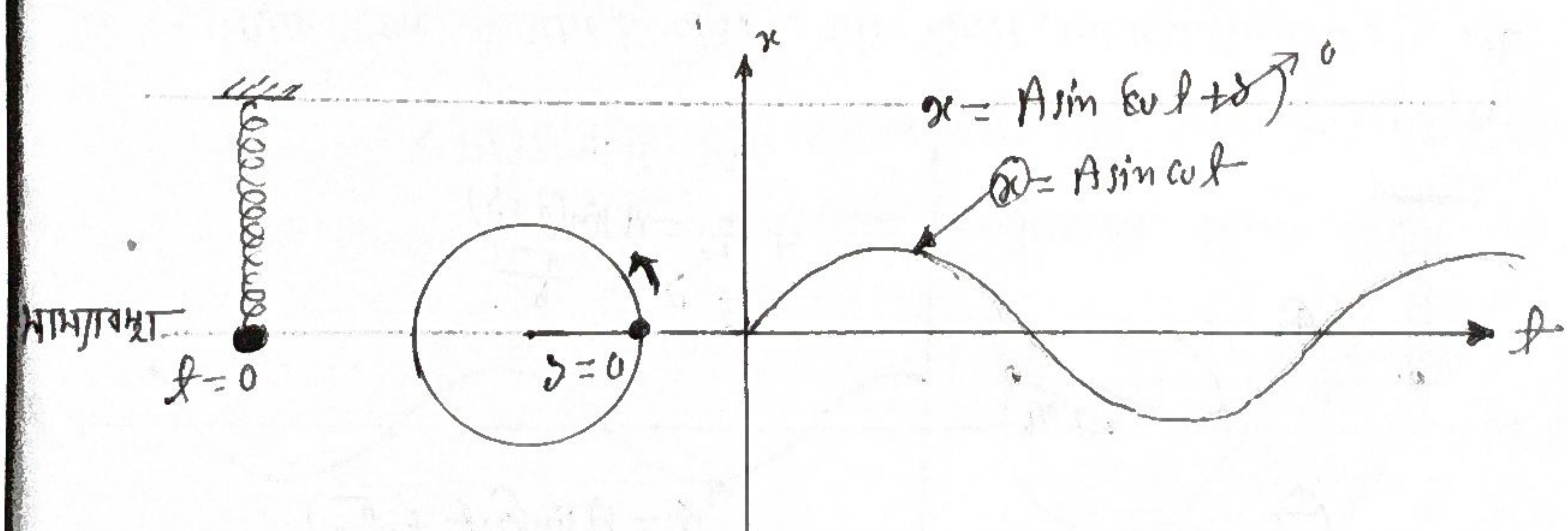
$= 0.7977\ J$

যাত্রা শুরুর 0.15 sec পর মোট শক্তি $E = U + E_K$

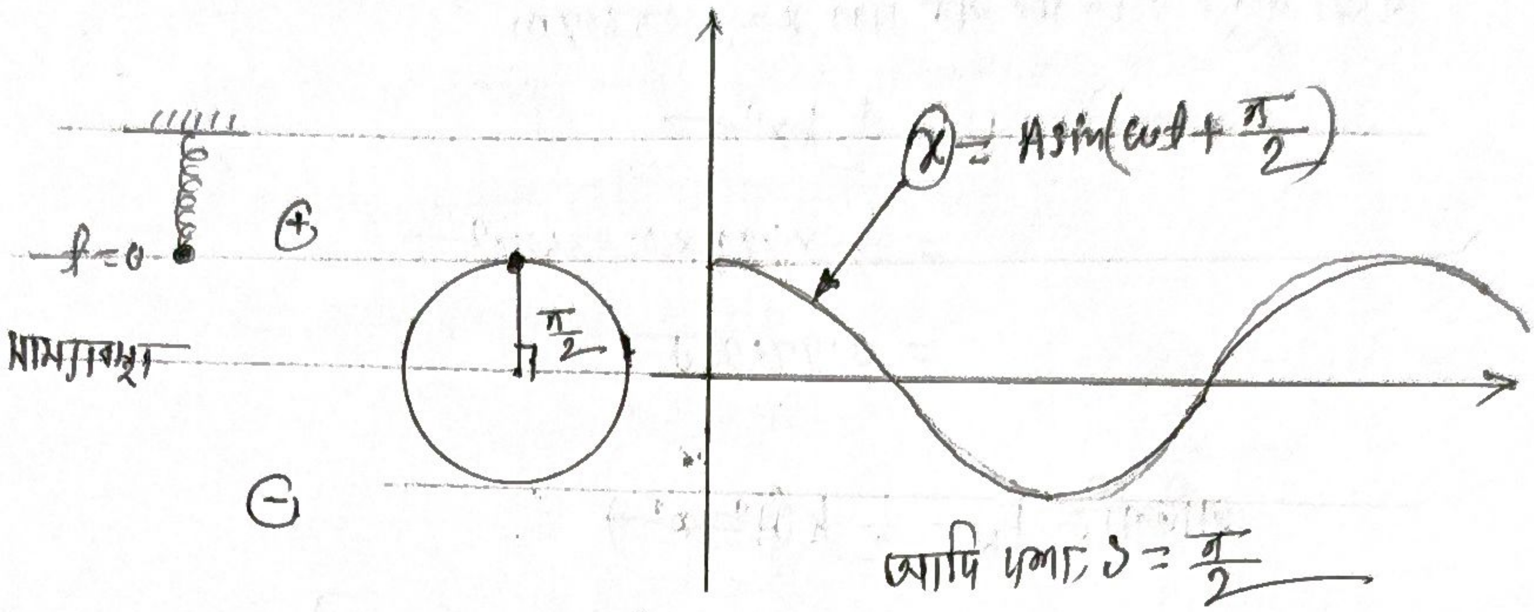
$= 1.56\ J$

দশা এবং আদি দশা বোঝার জন্য কিছু চিত্র

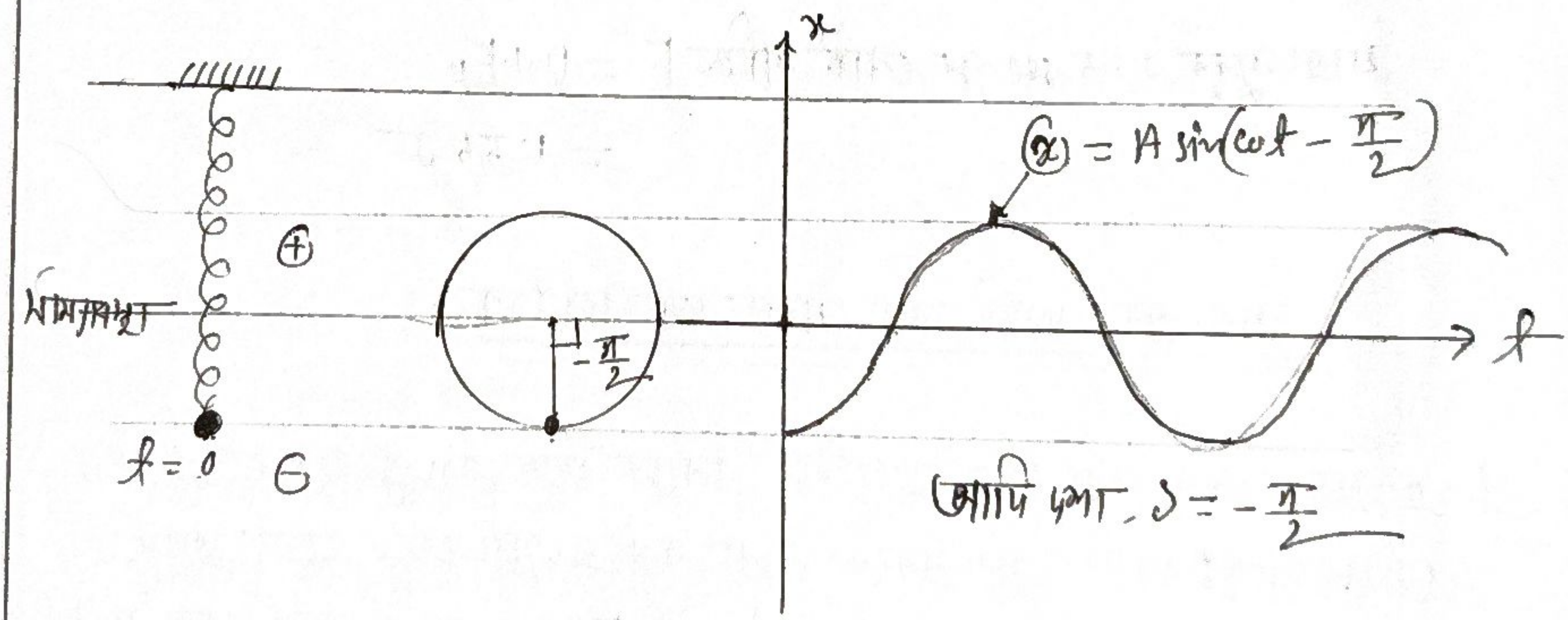
(i) $t = 0$ সময়ে সাম্যাবস্থা থেকে স্প্রিংটিকে নিচের দিকে বল প্রয়োগ করে ছেড়ে দেওয়া হলে খুবই ক্ষুদ্র সময়ের জন্য বল প্রয়োগ করতে হবে। অর্থাৎ সাম্যাবস্থা অতিক্রম করার পর extension কোনো বল প্রয়োগ করবে না।



② স্প্রিংকে তার বিস্তার পয়েন্ট পর্যন্ত সংকুচিত করে ছেড়ে দেয়া হলে :



③ স্প্রিংটিকে তার বিস্তার পয়েন্ট পর্যন্ত প্রসারিত করে ছেড়ে দেওয়া হলে :

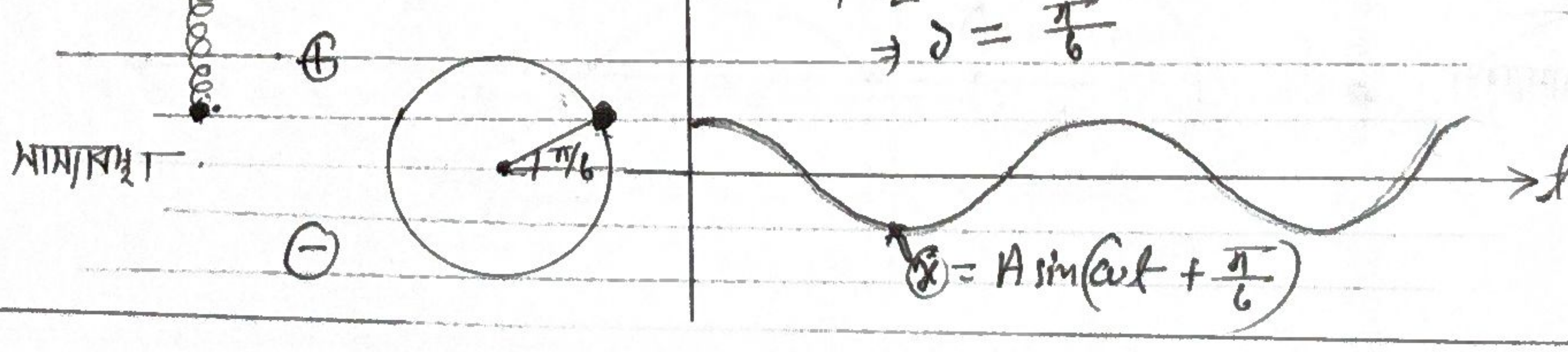


④ স্প্রিংটিকে তার বিস্তারের অর্ধেক পরিমাণ সংকুচিত করে ছেড়ে দেয়া হলো, কিন্তু বল এমনভাবে প্রয়োগ করা হয়েছে যাতে ছেড়ে দেওয়ার পর বিস্তার পর্যন্ত স্প্রিংটি সংকুচিত হয়।

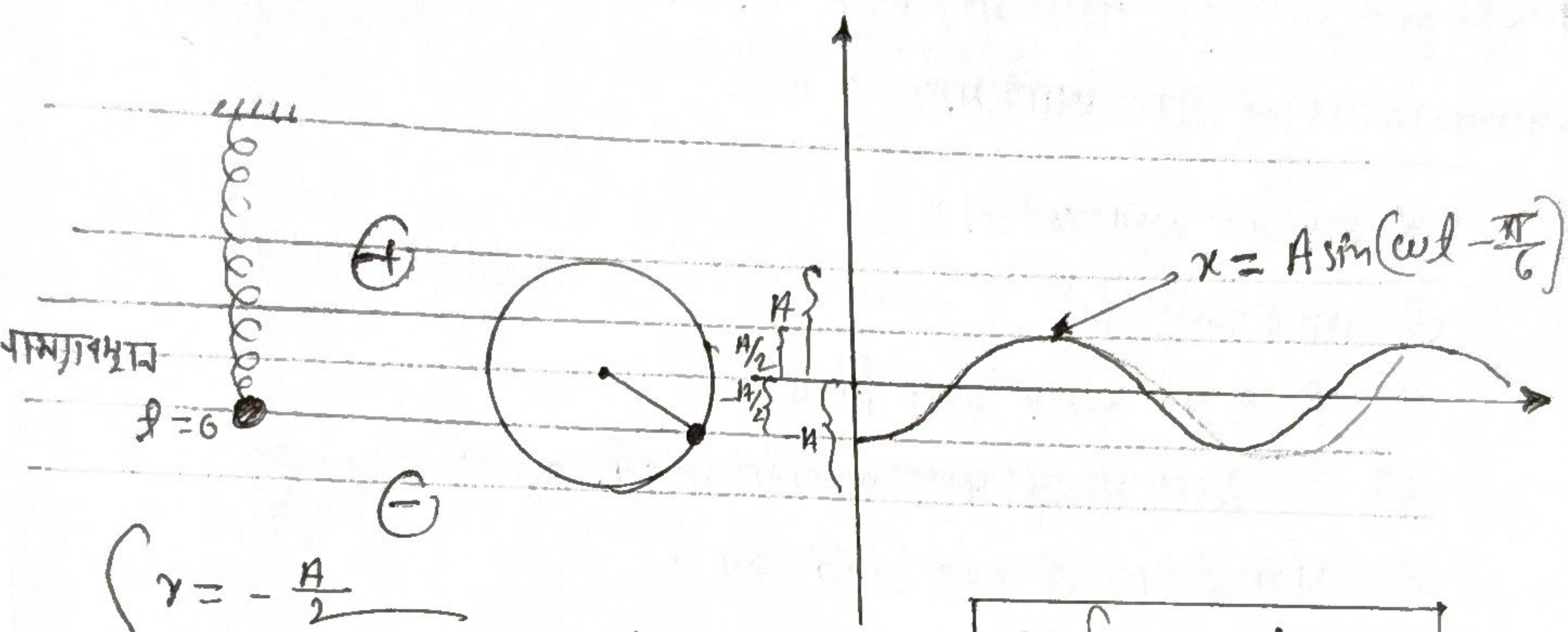
$x = A\sin(\omega t + \delta)$

$\Rightarrow \frac{A}{2} = A\sin(0 + \delta)$

$\Rightarrow \delta = \frac{\pi}{6}$



স্প্রিং টিকে তার বিস্তারের অর্ধেক পরিমাণ প্রসারিত করে ছেড়ে দেয়া হলো। বল এমনভাবে প্রয়োগ করা হয়েছে যাতে ছেড়ে দেওয়ার পর বিস্তার পর্যন্ত স্প্রিং টি প্রসারিত হয়।



$$x = -\frac{A}{2}$$

$$x = -\frac{A}{2} = A\sin(\omega t + \delta)$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2} = \sin(0 + \delta)$$

$$\Rightarrow \delta = -\frac{\pi}{6}$$

- আদি দশা = δ
- দশা = $\omega t \pm \delta$
- $t = t$ সময়ে দশা = $\omega t + \delta$

<u>স্প্রিং এর সংকোচন প্রসারণে SHM এর math problem</u>

Math problem-02: একটি SHM কণার 6 cm সরণ অবস্থানে বেগ 8 cms^{-1} এবং 8 cm সরণ অবস্থানে বেগ 6 cms^{-1}. কণার বিস্তার, কৌণিক কম্পাঙ্ক ও কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর।

Math problem-03: একটি SHM কণার সর্বোচ্চ বেগের মান 4 ms^{-1} এবং সর্বোচ্চ ত্বরণ 20π ms^{-2}, কণার বিস্তার, কৌণিক কম্পাঙ্ক ও পর্যায়কাল নির্ণয় কর।

Math problem-04: একটি SHM কণার সরণের সমীকরণ, $x = 10\cos(6\pi t + \frac{\pi}{3})$ m; $t = 3$ sec সময়ে সাম্যাবস্থান থেকে কণার সরণ, বেগ ও ত্বরণ নির্ণয় কর।

Math problem-05: একটি SHM কণার সরণের সমীকরণ, $x = 10\sin(\omega t + \delta)$ m. পর্যায়কাল 30 sec এবং আদি সরণ 5 m

ⓐ কৌণিক কম্পাঙ্ক =??

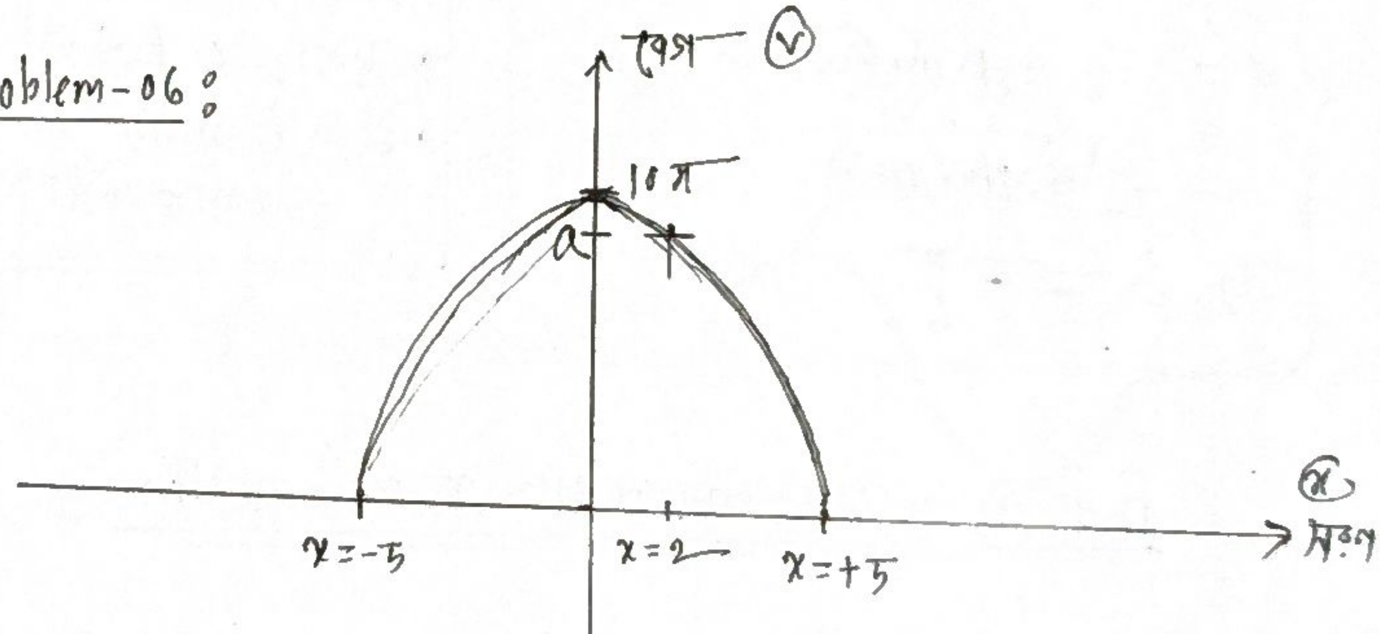
ⓑ আদি দশা =??

ⓒ $t = 2$ sec সময়ে দশা নির্ণয় কর

ⓓ $t = 2$ sec সময়ে দশা পার্থক্য নির্ণয় কর।

ⓔ সর্বোচ্চ বেগ ও ত্বরণ নির্ণয় কর।

Math problem-06:



Question:

(2, a) পয়েন্টে বেগ কত ???

$x = 2$ m সরণ অবস্থানে বেগ = ???

Solution of math-06:

$$A = 5$$
$$\omega A = 10\pi$$
$$\Rightarrow \omega = 2\pi$$

$x = 2$ m সরণ অবস্থানে বেগ, $v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$

$$= 2\pi\sqrt{5^2 - 2^2}$$
$$= 28.79 \text{ ms}^{-1} \text{ (Ans)}$$

[illegible]। SHM কণার বেগের graph :

সাম্যাবস্থা থেকে x m সরণ অবস্থানে বেগ, $V = \omega\sqrt{A^2-x^2}$

~~বিস্তার অবস্থানে~~ সাম্যাবস্থায় বেগ, $V_{max} = \omega\sqrt{A^2-0^2}$

$= \omega A$

Positive বিস্তার অবস্থানে বেগ, $V_{min} = \omega\sqrt{A^2-A^2}$

$= 0$

Negative বিস্তার অবস্থানে বেগ, $V_{min} = \omega\sqrt{A^2-(-A)^2}$

$= 0$

Now, $V = \omega\sqrt{A^2-x^2}$

$\Rightarrow V^2 = \omega^2(A^2-x^2)$

$\Rightarrow V^2 = \omega^2A^2 - \omega^2x^2$

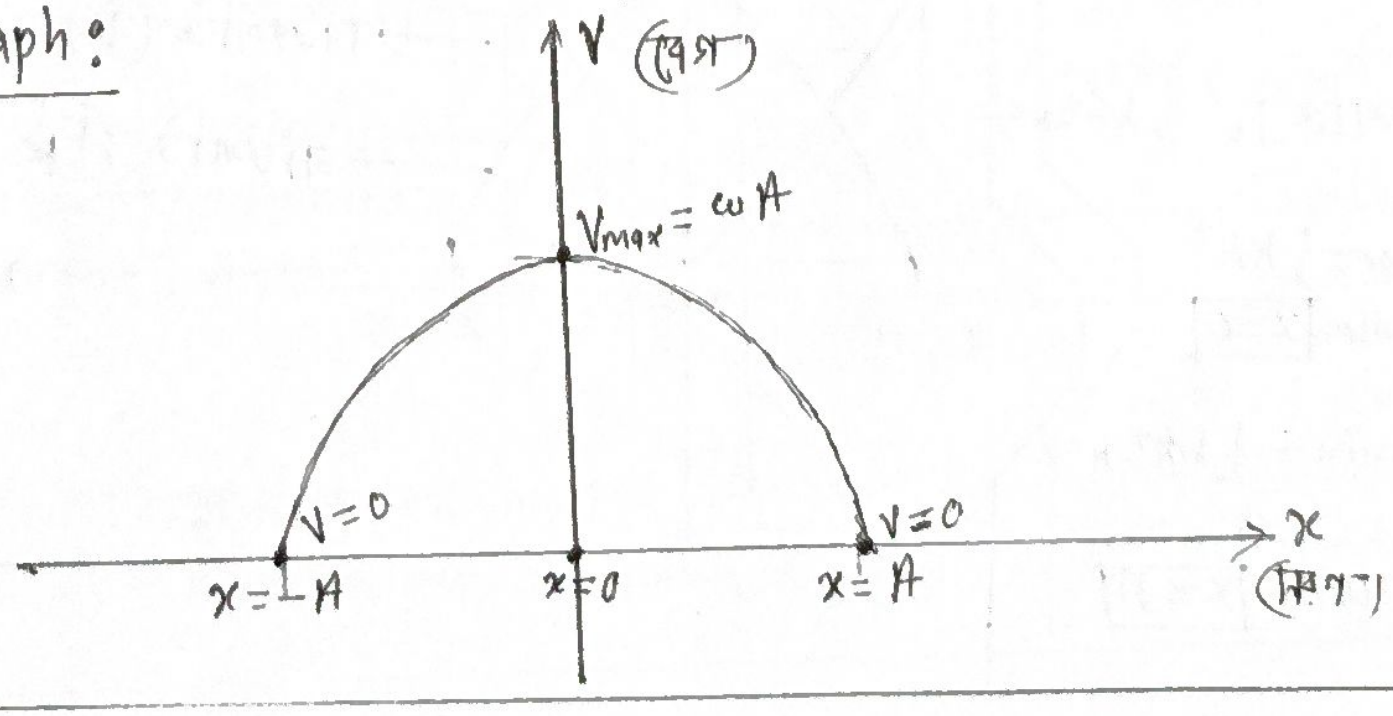
$\Rightarrow \frac{V^2}{\omega^2A^2} = 1 - \frac{x^2}{A^2}$

$\Rightarrow \frac{V^2}{\omega^2A^2} + \frac{x^2}{A^2} = 1$; যা উপবৃত্ত নির্দেশ করে।

উপবৃত্তের সমীকরণ:

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

graph :

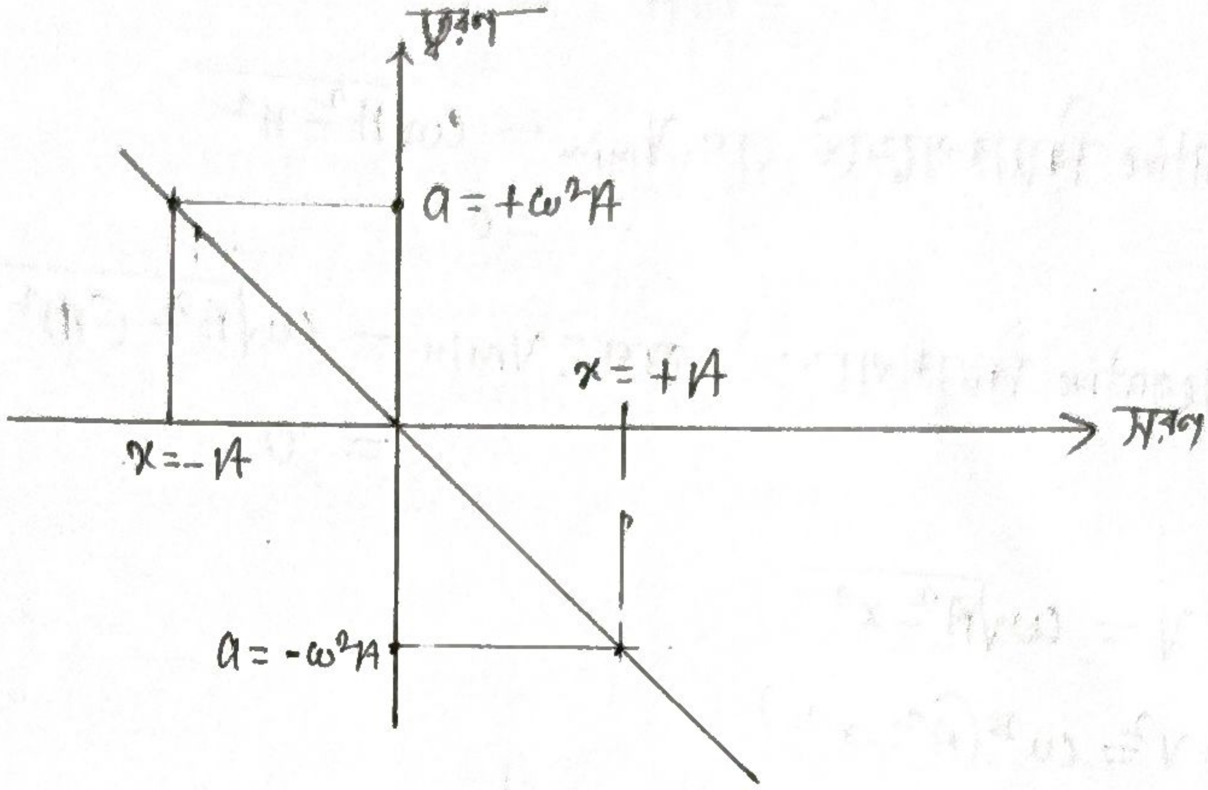


SHM কণার ত্বরণ বনাম সরণের graph :

ত্বরণ, $a = -\omega^2 x$

মূলবিন্দুগামী সরলরেখা $y = mx$

So, $m = -\omega^2$



SHM কণার বিভবশক্তি ও গতিশক্তির (শক্তি বনাম সরণ) graph :

বিভবশক্তি, $U = \frac{1}{2}kx^2$

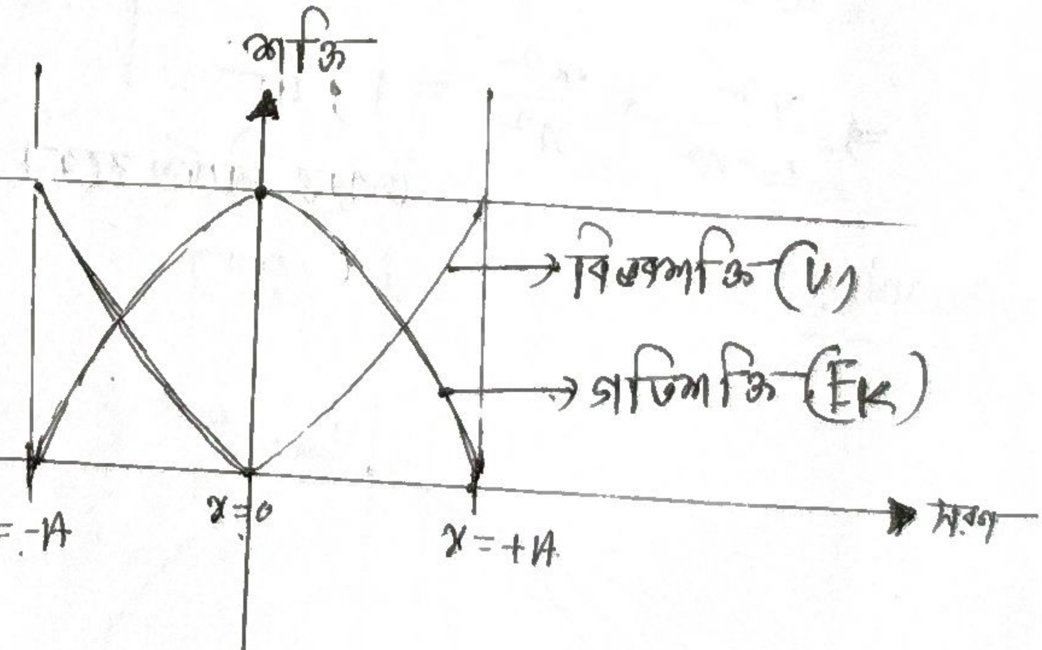
$U_{max} = \frac{1}{2}kA^2$; $\boxed{x = A}$

$U_{min} = \frac{1}{2}k \times 0^2$; $\boxed{x = 0}$
$= 0$

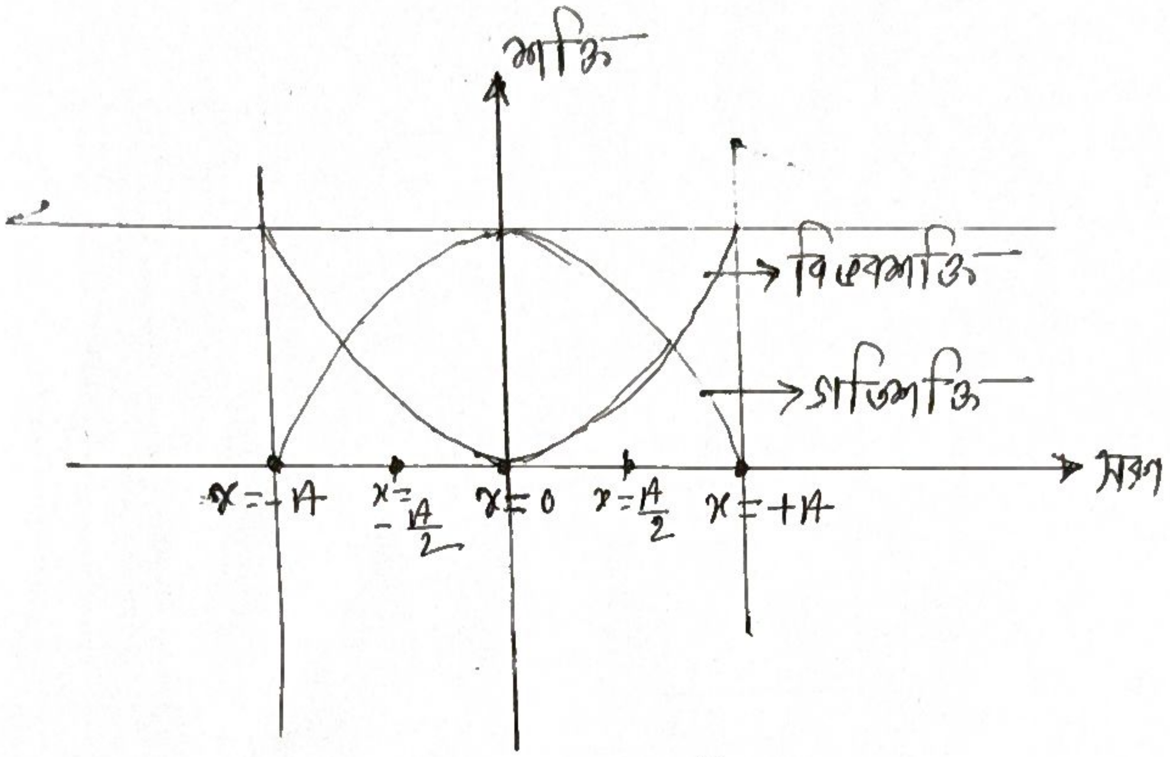
গতিশক্তি, $E_k = \frac{1}{2}k(A^2 - x^2)$

$E_{k\,max} = \frac{1}{2}kA^2$
when $\boxed{x = 0}$

$E_{k\,min} = \frac{1}{2}k(A^2 - A^2)$
$= 0$
when $\boxed{x = A}$



anisal Board-2017 : চিত্রে সরল ছন্দিত গতিতে স্পন্দনরত 1 kg ভরের বস্তুর শক্তি বনাম সরণ লেখচিত্র দেখানো হয়েছে। বস্তুর বিস্তার 0.01 m এবং কম্পাঙ্ক 12 Hz.

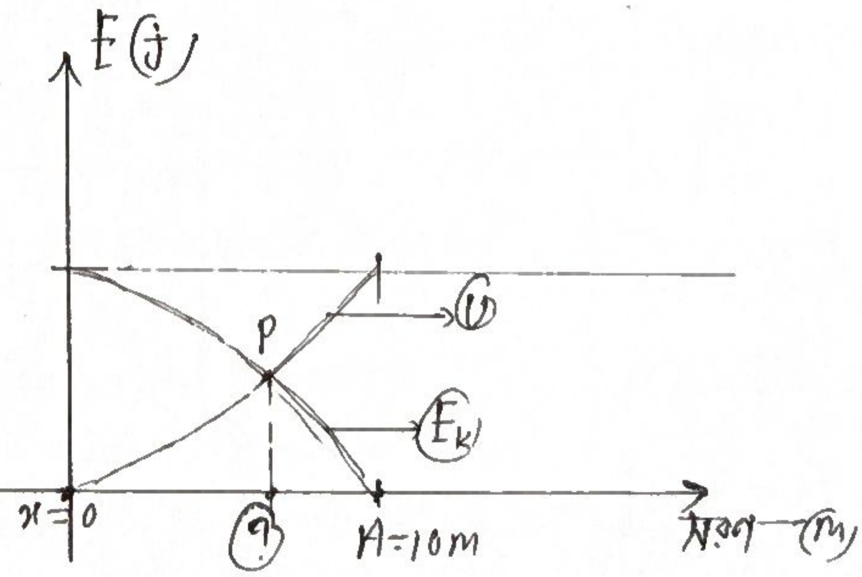


(c) $x = \frac{A}{2}$ অবস্থানে বস্তুটির বেগ নির্ণয় কর।

(d) $x = \frac{A}{2}$ এবং $x = A$ অবস্থানের জন্য বস্তুটির যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতা সূত্র পালিত হবে কী?? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।

Math problem :

{ P বিন্দুতে বিভবশক্তি ও গতিশক্তি পরস্পর সমান

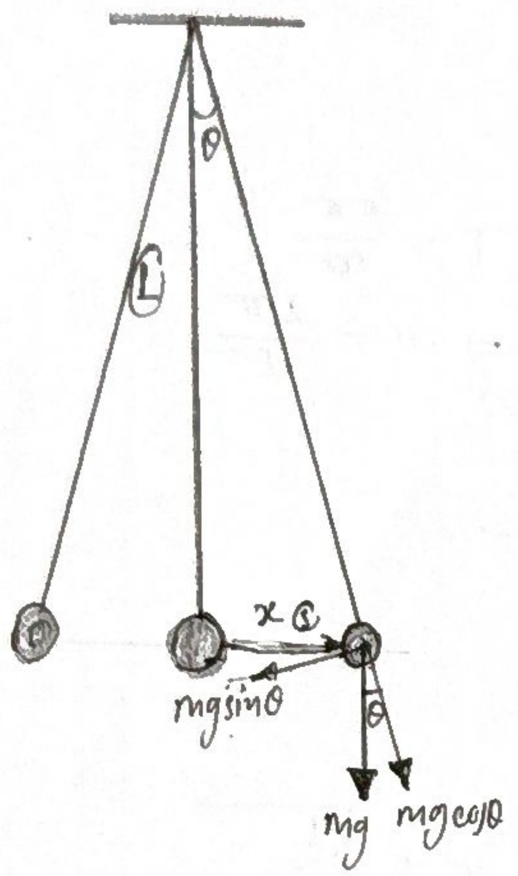


(a) P বিন্দুতে সরণের মান কত?? [Ans: $x = \pm \frac{A}{\sqrt{2}} = \pm \frac{10}{\sqrt{2}}$]

(b) কত সরণে বিভবশক্তি ও গতিশক্তি পরস্পর সমান। [Ans: $x = \pm \frac{A}{\sqrt{2}}$]

সরল দোলক

$\theta \leq 4°$



$F = -mg\sin\theta$

$\Rightarrow ma = -mg\sin\theta$

$\Rightarrow a = -g\sin\theta$

বৃত্তচাপ, $s = x = r\theta$

$x = L\theta$

$\theta = \frac{x}{L}$

θ যখন খুব ক্ষুদ্র, তখন $\sin\theta = \tan\theta = \theta$

So, $a = -g\theta$

$a = -g\frac{x}{L}$

$\Rightarrow a = -\left(\frac{g}{L}\right)x$

Heru, $a = -\left(\frac{g}{L}\right)x$

We know, $a = -\omega^2 x$ fon SHM

by comparing we get,

$$\omega^2 = \frac{g}{L}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$\Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$\Rightarrow \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{g}{L}}$$

$$\Rightarrow \frac{T}{2\pi} = \sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$\Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

* সরল দোলকের পর্যায়কাল বের করার সূত্র, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

III দোলকঘড়ি

Case-01: ত্রুটিমুক্ত দোলকঘড়ি

- দোলনকাল, $T = 2$ sec
- দিনে ~~4 46 84~~ 86400 sec, এ অর্ধদোলন 86400 টি।
- দিনে পূর্ণ দোলন দেয় 43200 টি
- $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

ঘন্টায় দ্রুত চলে, $T' = \frac{3600 \times 2}{3600 + n}$

Case-02: ত্রুটিযুক্ত বা দ্রুত চলা দোলক ঘড়ি

$T < 2$ sec

L এর মান কমাতে হবে, g এর মান বাড়াতে হবে।

দিনে n সেকেন্ড দ্রুত চলছে,

পরিবর্তিত দোলনকাল $T' = ??$

$(86400 + n)$ সংখ্যক অর্ধদোলন $= 1$ দিন

1 টি " $= \frac{1}{86400 + n}$ দিন

2 টি অর্ধদোলন $= \frac{86400 \times 2}{86400 + n}$ sec এ

$$T' = \frac{86400 \times 2}{86400 + n}$$

দিনে দ্রুত চলে, $T' = \frac{86400 \times 2}{86400 + n}$

Case-03: ত্রুটিযুক্ত (ধীরে চলা দোলকঘড়ি)

$T > 2$ sec. L এর মান বাড়লে, g এর মান কমলে দিনে n sec ধীরে চলে।

দিনে ধীরে চলে,

$$T' = \frac{86400 \times 2}{86400 - n}$$

ঘন্টায় n সেকেন্ড ধীরে চলে,

$$T' = \frac{3600 \times 2}{3600 - n}$$

Math problem-01: একটি সেকেন্ড দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য কীভাবে অসাবধানতার হ্রাস পায়, যাতে পরিবর্তিত দোলনকাল হয় 1.99 sec. সেকেন্ড দোলকটি দিনে কত সেকেন্ড দ্রুত চলবে??

$$\text{পরিবর্তিত দোলনকাল, } T' = \frac{86400 \times 2}{86400 + n}$$

$$1.99 = \frac{86400 \times 2}{86400 + n}$$

$$\Rightarrow n = 434.17 \text{ sec}$$

সুতরাং দিনে 434.17 sec দ্রুত চলবে।

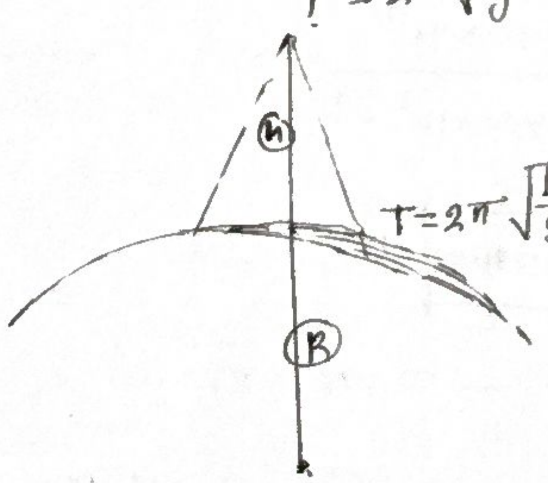
Math problem-02: একটি সেকেন্ড দোলকঘড়ি পাহাড়ের ~~পাদ সে~~ পাদদেশে সঠিক সময় দেয়। পাহাড়ের শীর্ষে নিয়ে গেলে দোলকঘড়িটি ঘন্টায় 30 sec হারায়।

$$[g = 9.8 \text{ ms}^{-2} \text{ and } R = 6400 \text{ km}]$$

(i) পাহাড়ের শীর্ষে দোলনকাল কত??

(ii) পাহাড়ের উচ্চতা নির্ণয় কর।

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g'}} \quad \text{—— (ii)}$$



$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \quad \text{—— (i)}$$

$$i \div ii \Rightarrow T/T' = \sqrt{\frac{g'}{g}}$$

$$\Rightarrow \frac{T}{T'} = \sqrt{\frac{g'}{g}}$$

ভূপৃষ্ঠ থেকে h উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g' = \left(\frac{R}{R+h}\right)^2 g$

$$\frac{g'}{g} = \left(\frac{R}{R+h}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{T}{T'} = \sqrt{\left(\frac{R}{R+h}\right)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{T}{T'} = \frac{R}{R+h}$$

পাহাড়ের শীর্ষে পরিবর্তিত দোলনকাল, $T' = \frac{3600 \times 2}{3600 - n}$

$$= \frac{7200}{3600-30}$$

$$= 2.016 \text{ sec}$$

Now, $\frac{2}{2.016} = \frac{6400 \times 10^3}{6400 \times 10^3 + h}$

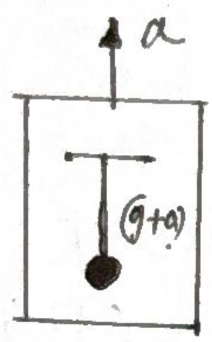
$$\Rightarrow h = \boxed{53781.51} \text{ m}$$

পাহাড়ের উচ্চতা $= 53781.51$ m

পাহাড়ের শীর্ষে দোলনকাল $= 2.016$ sec.

Problem-03: একটি নির্দিষ্ট ত্বরণে ঊর্ধ্বমুখী কোনো লিফটে একটি ~~সরলদোলক~~ সরলদোলকের দোলনকাল 2 sec. একই ত্বরণে নিম্নগামী কোনো লিফটে ঐ দোলকের দোলনকাল 3 sec. দেখাও যে, লিফটের ত্বরণ $= \frac{5}{13} g$.

ঊর্ধ্বগামী লিফট:



$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g+a}} \quad \text{——— (i)}$$

$$\Rightarrow 2 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g+a}}$$

কার্যকর ত্বরণ $= g+a$

নিম্নগামী লিফট

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g-a}}$$

$$\Rightarrow 3 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g-a}} \quad \text{——— (ii)}$$

কার্যকর ত্বরণ $= g-a$

(i ÷ ii) ⇒

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{\frac{L}{g+a}}{\frac{L}{g-a}}$$

$$\Rightarrow \frac{g-a}{g+a} = \frac{4}{9}$$

$$\Rightarrow \frac{g-a+g+a}{g-a-g-a} = \frac{4+9}{4-9}$$

$$\Rightarrow \frac{2g}{-2a} = \frac{13}{-5}$$

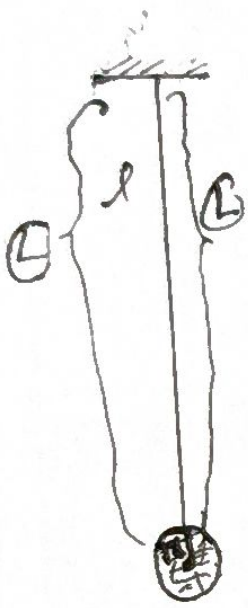
$$\Rightarrow a = \frac{5}{13} g$$

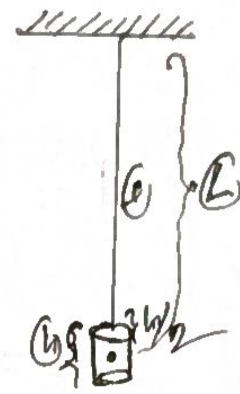
সুতরাং লিফটের ত্বরণ, $a = \frac{5}{13} g$.

(Shown)

Math problem-04: একটি সরল দোলকের সুতার দৈর্ঘ্য 90 cm. এবং ববের ব্যাসার্ধ 2 cm. এক্ষেত্রে দোলনকাল T_1. ববটিকে একই ব্যাসার্ধের একটি নিরেট সিলিন্ডার দ্বারা প্রতিস্থাপিত করা হলো. এক্ষেত্রে দোলনকাল T_2.

দোলনকালদ্বয়ের অনুপাত কত??





কার্কের দৈর্ঘ্য,

$L = l + h/2$

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l+\frac{h}{2}}{g}} \quad \text{--- (ii)}$$

সুতার দৈর্ঘ্য $= l$

কার্কের দৈর্ঘ্য $= L$

$L = l + r$

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l+r}{g}} \quad \text{--- (i)}$$

$$\frac{4}{3}\pi r^3 = \pi r^2 h$$

$$\Rightarrow h = \frac{4}{3} r$$

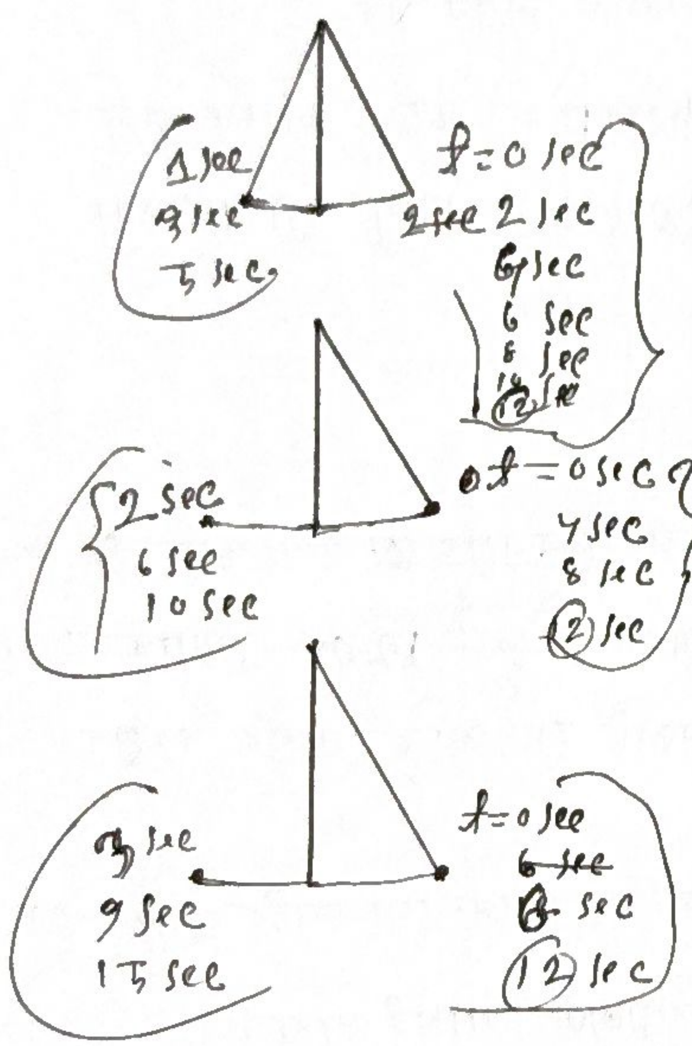
$$\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{l+r}{l+\frac{h}{2}}}$$

$$= \sqrt{\frac{l+r}{l+\frac{4}{3}r}}$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{0.9+0.02}{0.9+0.02\times\frac{4}{3}}}$$

$$= 0.996$$ (Ans.)

Math problem-05: তিনটি সরলদোলকের দোলনকাল যথাক্রমে 2 sec, 4 sec ও 6 sec. দোলক তিনটিকে এক একই সাথে একই পয়েন্ট থেকে যাত্রা শুরু করালে কত সময় পর তারা পুনরায় একই পয়েন্ট থেকে চলবে??



12 sec পর তারা পুনরায় একই পয়েন্ট থেকে চলবে।

$lcm(2,4,6) = 12$

Dhaka Board-2023: একটি সেকেন্ড দোলক কোনো একটি পাহাড়ের পাদদেশে সঠিক সময় দেয়। দোলকটিকে পাহাড়ের চূড়ায় নিয়ে গেলে প্রতি ঘন্টায় 30 sec সময় ধীরে চলে।

(গ) পাহাড়ের চূড়ায় দোলকটির দোলনকাল নির্ণয় কর।

(ঘ) উদ্দীপকের তথ্যের ভিত্তিতে পাহাড়টির উচ্চতা নির্ণয় করা যাবে কিনা - গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে ব্যাখ্যা কর।

(Solve in math problem-67)

Rajshahi Board-2022: দুটি সেকেন্ড দোলকের ববের ভর যথাক্রমে 80 gm ও 10 gm। রায়হান ও সাকেল পৃথকভাবে দোলকদুটিকে 12 cm বিস্তারে দুলতে দিল। রায়হান মন্তব্য করল তার দোলকটি বেশি শক্তি অর্জন করবে।

(গ) সাম্যাবস্থান থেকে 10 cm দূরে সাকেলের দোলকটির বেগ =??

(ঘ) উদ্দীপকের রায়হানের মন্তব্যের সত্যতা যাচাই করো।

Sylhet Board-2019: একটি সেকেন্ড দোলক ভূপৃষ্ঠে সঠিক সময় দেয়। একে পাহাড়ের উপর নিয়ে গেলে তা প্রতিদিন 10 sec হারায়। [পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 6400$ km এবং ভূপৃষ্ঠের অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 ms^{-2}$]

(গ) উদ্দীপকের পাহাড়ের উচ্চতা কত??

(ঘ) কী যান্ত্রিক ব্যবস্থা গ্রহণ করলে পাহাড়ে দোলকটির দোলনকাল অপরিবর্তিত থাকবে?? গাণিতিক ভাবে বিশ্লেষণ কর।

Solution of shylhet Board - 2019

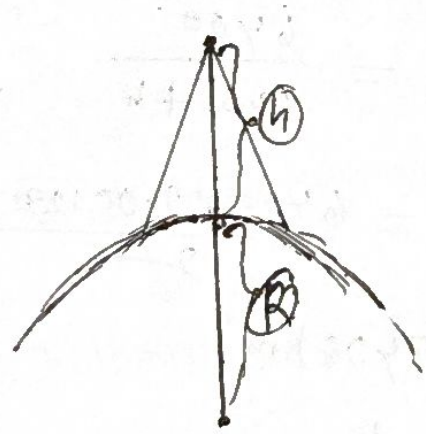
(গ) উদ্দীপকের পাহাড়ের উচ্চতা নির্ণয় কর—

ধরি, পাহাড়টির উচ্চতা $= h$

h উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g' = \left(\frac{R}{R+h}\right)^2 g$

ভূপৃষ্ঠে দোলকটির দোলনকাল, $T = 2$ sec

ভূপৃষ্ঠ থেকে h উচ্চতায় বা পাহাড়ের শীর্ষে দোলকটির দোলনকাল, $T' = ??$



পাহাড়ের চূড়ায় দোলকটি 1 দিনে $n = 10$ sec সময় হারায়—

সুতরাং পাহাড়ের চূড়ায় দোলনকাল, $T' = \frac{86400\times 2}{86400-n}$

$$= \frac{86400\times 2}{86400-10}$$

$$= 2.0002315 \text{ sec.}$$

দোলকটির কার্যকরী দৈর্ঘ্য L হলে

ভূপৃষ্ঠে দোলনকাল, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

$$\Rightarrow 2 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \quad \text{——} \; (i)$$

পাহাড়ের চূড়ায় দোলনকাল, $T' = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g'}}$ —— (ii)

$$(ii \div i) \Rightarrow \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{g}{g'}}$$

$$\Rightarrow \frac{T}{T'} = \sqrt{\frac{g'}{g}}$$

$$\Rightarrow \frac{T}{T'} = \sqrt{\frac{\left(\frac{R}{R+h}\right)^2 g}{g}}$$

$$\Rightarrow \frac{T}{T'} = \frac{R}{R+h}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{2.0002315} = \frac{6400}{6400+h}$$

$$\Rightarrow 6400+h = \frac{6400 \times 2.0002315}{2}$$

$$\Rightarrow h = 0.7408 \text{ km}$$

$$\Rightarrow h = 740 \text{ km}$$

উদ্দীপকের পাহাড়টির উচ্চতা, $h = 740$ m.

(ঘ) কী যান্ত্রিক ব্যবস্থা গ্রহণ করলে পাহাড়ে দোলকটির দোলনকাল অপরিবর্তিত থাকবে??

⇒ যদি দোলকটির কার্যকরী দৈর্ঘ্য L_1 থেকে L_2 করলে দোলনকাল অপরিবর্তিত থাকবে।

এক্ষেত্রে, ভূপৃষ্ঠে ~~$g = 9.8 ms^{-2}$~~

দোলনকাল, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L_1}{g}}$