$(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2 \to a^2b^0+2ab+a^0b^2$

$(a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3 \to a^3b^0+3a^2b^1+3ab^2+a^0b^3$

$\therefore (a+b)^4 \to a^4b^0 + a^3b^1 + a^2b^2 + a^1b^3 + a^0b^4$

$(a+b)^5 = (a+b)(a+b)(a+b)(a+b)(a+b)$

$= a^5b^0 + {}^5C_1 a^4b^1 + {}^5C_2 a^3b^2 + {}^5C_3 a^2b^3 + {}^5C_4 a^1b^4 + {}^5 a^0b^5$

$(a+b)^4 = a^4b^0 + {}^4C_1 a^3b^1 + {}^4C_2 a^2b^2 + {}^4C_3 ab^3 + a^0b^4$

$(a+b)^n = a^n + {}^nC_1 a^{n-1}b^1 + {}^nC_2 a^{n-2}b^2 + {}^nC_3 a^{n-3}b^3 + \dots b^n$

* দ্বিপদী উপপাদ্যের বৈশিষ্ট্য :

(i) ঘাত n হলে পদসংখ্যা n+1

(ii) a এর ঘাত নিম্নমুখী হলে b এর ঘাত ঊর্ধ্বমুখী
a এর ঘাত ঊর্ধ্বমুখী হলে b এর ঘাত নিম্নমুখী।

(iii) সহগের মান বাড়তে বাড়তে একটি নির্দিষ্ট Number এ পৌঁছানোর পর একই প্যাটার্ন maintain করে কমতে থাকে।

* বিস্তৃত কর : $(a+2x)^5$

$\Rightarrow (a+2x)^5 = a^5 + {}^5C_1 a^4(2x) + {}^5C_2 a^3(2x)^2 + {}^5C_3 a^2(2x)^3 + {}^5C_4 a(2x)^4 + (2x)^5$

Subject : .... Date : ....

$\Rightarrow (a+2x)^5 = a^5 + 2\cdot{}^5C_1 a^4 x + 4\cdot{}^5C_2 a^3 x^2 + \cancel{8}$
$8\cdot{}^5C_3 a^2 x^3 + 16\,{}^5C_3 a x^4 + \cancel{x^5}\, 32x^5$

সাধারণ পদ

$(a+b)^n = a^n + {}^nC_1 a^{n-1} b^1 + {}^nC_2 a^{n-2} b^2 + {}^nC_3 a^{n-3} b^3 + \ldots\ldots b^n$

এখানে ২য় পদ $= {}^nC_1 a^{n-1} b^1$

$= {}^nC_{(2-1)} a^{n-(2-1)} b^{(2-1)}$

৩য় পদ $= {}^nC_2 a^{n-2} b^2$

$= {}^nC_{(3-1)} a^{n-(3-1)} b^{(3-1)}$

সুতরাং, r তম পদ $t_r = {}^nC_{r-1} a^{n-(r-1)} b^{r-1}$

$r+1$ তম পদ, $t_{r+1} = {}^nC_{r+1-1} a^{n-(r+1-1)} b^{r+1-1}$

$t_{r+1} = {}^nC_r a^{n-r} b^r$

* $(a+b)^n$ এর বিস্তৃতিতে $r+1$ তম পদ, $t_{r+1} = {}^nC_r a^{n-r} b^r$

Math: $\left(2x^2 - \frac{3}{x}\right)^{11}$ এর বিস্তৃতিতে x^{10} এর সহগ নির্ণয় কর।

Subject : .... Date : ....

⇒ এখানে

$r+1$ তম পদ, $t_{r+1} = {}^{11}C_r (2x^2)^{11-r} \left(-\frac{3}{x}\right)^r$

$\Rightarrow t_{r+1} = {}^{11}C_r \cdot 2^{11-r} x^{22-2r} (-3^r) x^{-r}$

$\Rightarrow t_{r+1} = {}^{11}C_r \cdot 2^{11-r} x^{22-3r} (-3^r)$

প্রশ্নমতে $22 - 3r = 10$

$\Rightarrow 3r = 22 - 10$

$\Rightarrow r = 4$

$\therefore x^{10}$ এর সহগ $= {}^{11}C_4 \cdot 2^{11-4} (-3)^4$

$= {}^{11}C_4 \cdot 2^7 \cdot 3^4$ (Ans)

Math: $\left(\frac{1}{x^2} - x\right)^{18}$ এর বিস্তৃতিতে x মুক্ত পদের মান নির্ণয় কর।

⇒ এখানে $r+1$ তম পদ, $t_{r+1} = {}^{18}C_r \left(\frac{1}{x^2}\right)^{18-r} (-x)^r$

$t_{r+1} = {}^{18}C_r \, x^{-36+2r} (-1)^r x^r$

$= {}^{18}C_r \cdot x^{-36+3r} (-1)^r$

প্রশ্নমতে $-36 + 3r = 0$

$\Rightarrow 3r = 36$

$\Rightarrow r = 12$.

JANANI

Subject : .... Date : ....

$\therefore$ x বর্জিত পদের মান $= {}^{18}C_{12} (-1)^{12}$

$= {}^{18}C_{12}$

Math: $\left(2x + \frac{1}{6x}\right)^{10}$ এর বিস্তৃতিতে x মুক্ত পদের মান নির্ণয় কর।

$\Rightarrow$ এখানে, $r+1$ তম পদ, $t_{r+1} = {}^{10}C_r (2x)^{10-r} \left(\frac{1}{6x}\right)^r$

$t_{r+1} = {}^{10}C_r \cdot 2^{10-r} \cdot x^{10-r} \cdot x^{-r} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^r$

$= {}^{10}C_r \cdot 2^{10-r} 6^{-r} \cdot x^{10-2r}$

প্রশ্নমতে $10 - 2r = 0$

$r = 5$

$\therefore$ x মুক্ত পদের মান $= {}^{10}C_5 \, 2^{10-5} \, 6^{-5}$

$= {}^{10}C_5 \times 32 \times 6^{-5}$

Math: $(a+2x)^5$ এর বিস্তৃতিতে x^3 এর সহগ 320 হলে a এর মান নির্ণয় কর।

$\Rightarrow$ এখানে, $(3+1)$ তম পদে x^3 বিদ্যমান।

$t_{(3+1)} = {}^5C_3 \, a^{5-3} (2x)^3$

$= {}^5C_3 \, a^2 \times 8x^3$

Subject : Date :

প্রশ্নমতে $^5C_3 . 8a^2 = 320$

$\Rightarrow \frac{\lfloor 5}{\lfloor 3 \lfloor 5-3} . a^2 = 40$

$\Rightarrow \frac{5\times4\times3\times2}{3\times2\times2\times1} . a^2 = 40$

$\Rightarrow 10a^2 = 40$

$\Rightarrow a^2 = 4$

$\Rightarrow a = \pm 2$

Math: $\left(3+\frac{x}{2}\right)^n$ এর বিস্তৃতিতে x^7 ও x^8 এর সহগদ্বয় পরস্পর সমান হলে, $n = ?$

$\Rightarrow$ এখানে, $(7+1)$ তম পদে x^7 বিদ্যমান

$\therefore t_{7+1} = {}^nC_7\, 3^{n-7}\left(\frac{x}{2}\right)^7$

$= {}^nC_7 . 3^{n-7} 2^{-7} x^7$

আবার, $(8+1)$ তম পদে x^8 বিদ্যমান।

$t_{(8+1)} = {}^nC_8\, 3^{n-8}\left(\frac{x}{2}\right)^8$

$= {}^nC_8\, 3^{n-8} . 2^{-8} . x^8$

প্রশ্নমতে $t_{(7+1)} = t_{(8+1)}$

JANANI

Subject : Date :

প্রশ্নমতে

$$^{n}C_{7}\, 3^{n-7}\, 2^{-7} = {}^{n}C_{8}\, 3^{n-8}\, 2^{-8}$$

$$\Rightarrow \frac{\lfloor n}{\lfloor 7 \lfloor n-7} \cdot 3 \cdot 3^{n-8} \cdot 2^{-7} = \frac{\lfloor n}{\lfloor 8 \lfloor n-8} \cdot 3^{n-8} \cdot 2^{-8}$$

$$\Rightarrow \frac{3 \times 2^{-7}}{\lfloor 7 (n-7) \lfloor n-8} = \frac{1}{8 \lfloor 7 \lfloor n-8} \cdot 2^{-7} 2^{-1}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{n-7} = \frac{1}{16}$$

$$\Rightarrow n-7 = 48$$

$$\Rightarrow n = 55 \quad \text{(Ans.)}$$

Math: $(1+x)^{44}$ এর বিস্তৃতিতে 21তম পদ ও 22তম পদ সমান হলে $x = ?$

$$\Rightarrow t(20+1) = {}^{44}C_{20}\, 1^{44-20}\, x^{20}$$

$$= {}^{44}C_{20}\, x^{20}$$

$$t(21+1) = {}^{44}C_{21}\, 1^{44-21}\, x^{21}$$

$$= {}^{44}C_{21}\, x^{21}$$

প্রশ্নমতে, $^{44}C_{20}\, x^{20} = {}^{44}C_{21}\, x^{21}$

$$\Rightarrow \frac{\lfloor 44}{\lfloor 20 \lfloor 44-20} \cdot x^{20} = \frac{\lfloor 44}{\lfloor 21 \lfloor 44-21} x^{21}$$

Subject : Date :

$$\Rightarrow \frac{1}{\lfloor 20 \lfloor 24} = \frac{x}{21 \lfloor 20 \lfloor 23}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{24\lfloor 23} = \frac{x}{21\lfloor 23}$$

$$\Rightarrow x = \frac{21}{24}$$ (Ans.)

$* \; ^nC_r = {}^nC_{n-r}$

Math : $(1+x)^{14}$ এর বিস্তৃতিতে $(r+1)$ তম এবং $3r-1$ তম পদদ্বয়ের সহগদ্বয় সমান হলে $r=?$

$\Rightarrow \cancel{t(r+1) = {}^{14}C_r x^{r}}$

$$t(r+1) = {}^{14}C_r x^{r}$$

$$t(3r-1) = {}^{14}C_{(3r-2)+1} x^{3r-2}$$

প্রশ্নমতে

$${}^{14}C_r = {}^{14}C_{(3r-2)+1}$$

$${}^{14}C_r = {}^{14}C_{3r-1}$$ (unsolved)

$${}^{14}C_{14-r} = {}^{14}C_{3r-1}$$

$$\Rightarrow 14-r = 3r-1$$

$\Rightarrow$

JANANI

Subject : Date :

Math: $(1+x)^n$ এর বিস্তৃতিতে $(r+1)$ তম পদের সহগ এবং $(r+3)$ তম পদের সহগ সমান হলে, দেখাও যে $2r = n-2$

$\Rightarrow$ $r+1$ তম পদ, $T_{(r+1)} = {}^nC_r x^r$

$r+3 = (r+2)+1$ তম পদ, $T_{(r+2)+1} = {}^nC_{r+2} x^{r+2}$

প্রশ্নমতে, ${}^nC_r = {}^nC_{r+2}$

$\Rightarrow {}^nC_{n-r} = {}^nC_{r+2}$

$\Rightarrow n-r = r+2$

$\Rightarrow 2r = n-2$ (Shown)

Math: $(a+3x)^n$ এর বিস্তৃতিতে ১ম তিনটি পদ যথাক্রমে b, $\frac{21}{2}bx$, $\frac{189}{4}bx^2$ হলে, a, b এবং n এর মান নির্ণয় কর।

$\Rightarrow (a+3x)^n = a^n + {}^nC_1 a^{n-1}(3x)^1 + {}^nC_2 a^{n-2}(3x)^2$

প্রশ্নমতে, $a^n = b$ —(i)

${}^nC_1 a^{n-1}.3x = \cancel{b}\ \frac{21}{2}bx$

$\Rightarrow \frac{n!}{(n-1)!} a^n . a^{-1} . 3x = \frac{21}{2} a^n x$

$\Rightarrow \frac{n\,(n-1)!}{(n-1)!} = \frac{21a}{2\times 3}$

$\Rightarrow n = \frac{7a}{2}$ —(ii)

Subject : Date :

এবং: ${}^{n}C_2\, a^{n-2} \cdot 9x^2 = \frac{189}{4} b x^2$

$\Rightarrow \frac{\lfloor n}{\lfloor 2 \lfloor n-2} a^n \cdot a^{-2} = \frac{189}{4 \times 9} a^n$

$\Rightarrow \frac{n(n-1)\lfloor n-2}{\lfloor 2 \lfloor n-2} = \frac{21}{4} a^2$

$\Rightarrow n^2 - n = \frac{21}{2} a^2$

$\Rightarrow \frac{49a^2}{4} - \frac{7a}{2} = \frac{21}{2} a^2$

$\Rightarrow \frac{49a}{4} - \frac{21}{2} a = \frac{7}{2}$

$\Rightarrow a\left(\frac{49-42}{4}\right) = \frac{7}{2}$

$\Rightarrow a \frac{7}{4} = \frac{7}{2}$

$\Rightarrow a = 2$

$\therefore n = \frac{14}{2} = 7$

$b = 2^7 = 128$

Math: $(1+x)^p \left(1+\frac{1}{x}\right)^q$ এর বিস্তৃতিতে x বর্জিত পদ নির্ণয় কর।

$\Rightarrow (1+x)^p \left(1+\frac{1}{x}\right)^q = (1+x)^p \left(\frac{1+x}{x}\right)^q$

$= x^{-q} (1+x)^{p+q}$

Subject : Date :

ধরি, $r+1$ তম পদে x^q বিদ্যমান।

$$t_{(r+1)} = {}^{p+q}C_r\, x^r$$

প্রশ্নমতে, $r=q$

$$\therefore t_{(r+1)} = {}^{p+q}C_q\, x^q$$

$\therefore$ x বর্জিত পদ $= {}^{p+q}C_q$ (Ans.)

Math: $(1-x)^8(1+x)^7$ এর বিস্তৃতিতে x^7 এর সহগ কত?

$\Rightarrow$ $$(1-x)^8(1+x)^7 = (1-x)(1-x)^7(1+x)^7$$
$$= (1-x)\{(1-x)(1+x)\}^7$$
$$= 1-x(1-x^2)^7$$
$$= (1-x^2)^7 - x(1-x^2)^7$$

$(1-x^2)^7$ এর বিস্তৃতিতে x^7 পাওয়া সম্ভব নয়।

ধরি, $(1-x^2)^7$ এর বিস্তৃতিতে $r+1$ তম পদে x^6 বিদ্যমান।

$$\therefore t_{(r+1)} = {}^7C_r(-x^2)^r$$
$$= {}^7C_r(-1)^r x^{2r}$$

প্রশ্নমতে, $2r = 6$
$r = 3$

Subject : .... Date : ....

$\therefore x^7$ এর সহগ $= -{}^7C_r(-1)^r$

$= -{}^7C_3(-1)^3$

$= {}^7C_3$ (Ans.)

~~সমস্যেশের~~

সহগের যোগফল

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

সহগের যোগফল $= 1+2+1 = 4 = 2^2$

$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

সহগের যোগফল $= 1+3+3+1 = 8 = 2^3$

অর্থাৎ $(a+b)$ এর ঘাত n হলে সহগের যোগফল $= 2^n$

$a = 1$ এবং $b = 1$ হলে

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$\Rightarrow (1+1)^2 = 1 + 2 + 1 = 4$

$\Rightarrow 4 = 4 \rightarrow$ যা সহগের যোগফল

$a = 1$ এবং $b = 1$ হলে,

$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

$(1+1)^3 = 1 + 3 + 3 + 1$

$8 = 8 \rightarrow$ যা সহগের যোগফল।

$\therefore$ $(a+2b)^3$ এর বিস্তৃতিতে সহগগুলোর যোগফল

$= (1+2 \cdot 1)^3 = 3^3 = 27$

JANANI

Subject : .... Date : ....

Math: $(3y-\frac{1}{2y})^7$ এর বিস্তৃতিতে সহগগুলোর যোগফল কত?

⇒ $y=1$ হলে
$(3y-\frac{1}{2y})^7 = (3-\frac{1}{2})^7$
$= (\frac{6-1}{2})^7 = (\frac{5}{2})^7$

$\therefore$ সহগগুলোর যোগফল $(\frac{5}{2})^7$

Math: $(a+b+c)^{10}$ এর বিস্তৃতিতে পদসংখ্যা কত?

⇒ $(a+b+c)^{10} = a^{10} + {}^{10}C_1 a^{10-1}(b+c)^1 + {}^{10}C_2 a^{10-2}(b+c)^2 + {}^{10}C_3 a^{10-3}(b+c)^3 + \ldots\ldots (b+c)^{10}$

$= a^{10}$

পদসংখ্যা $= 1+2+3+4+5+\ldots\ldots 11$
$= \frac{11(11+1)}{2}$
$= 66$

$\therefore (a+b+c)^{10}$ এর বিস্তৃতিতে পদসংখ্যা 66।

মধ্যপদ (Middle Term)

$(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2 \rightarrow$ মধ্যপদ $2ab$
$(a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3 \rightarrow$ মধ্যপদ $3a^2b$ ও $3ab^2$

ঘাত n হলে পদসংখ্যা $(n+1)$

JANANI

Subject : Date :

তাই ঘাত জোড় হলে পদসংখ্যা বিজোড় এবং মধ্যপদ 1টি

ঘাত বিজোড় হলে পদসংখ্যা জোড় তাই মধ্যপদ 2টি।

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

ঘাত 2 এবং $2 = (\frac{2}{2}+1)$ তম পদ মধ্যপদ।

$(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$

ঘাত 4 এবং মধ্যপদ $(\frac{4}{2}+1) = 3$ তম পদ।

* ঘাত জোড় হলে $\frac{n}{2}+1$ তম পদ মধ্যপদ।

$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

ঘাত 3 এবং মধ্যপদদ্বয় $(\frac{3-1}{2}+1) = 2$ এবং $(\frac{3+1}{2}+1)$
$= 3$ তম পদ দ্বয়।

* ঘাত বিজোড় হলে মধ্যপদ হবে $(\frac{n+1}{2}+1)$ এবং
$(\frac{n-1}{2}+1)$ তম পদ।

Math: $(x^2-2+\frac{1}{x^2})^n$ রাশিটির বিস্তৃতিতে মধ্যপদটি নির্ণয় কর।

$$\Rightarrow (x^2-2+\frac{1}{x^2})^n = (x^2 - 2\cdot\frac{1}{x}\cdot x + \frac{1}{x^2})^n$$

$$= (x-\frac{1}{x})^{2n}$$

এখানে, $\frac{2n}{n}+1 = n+1$ তম পদ মধ্যপদ।

Subject : Date :

$\therefore$ মধ্যপদ, $t_{(n+1)} = {}^{2n}C_n\, x^{2n-n} \left(-\frac{1}{x}\right)^n$

$= {}^{2n}C_n\, x^n (-1)^n \frac{1}{x^n}$

$= {}^{2n}C_n (-1)^n$ (Ans.)

$2\cdot4\cdot6\cdot8\cdot10 = (2\times1)(2\times2)(2\times3)(2\times4)(2\times5)$
$= 2^5 \times 1\times2\times3\times4\times5$
$= 2^5 \lfloor 5$

অনুরূপভাবে, $2\cdot4\cdot6\cdot8\cdot10\ldots 2n$
$= (2\times1)(2\times2)(2\times3)(2\times4)(2\times5)\ldots 2n$
$= 2^n(1\times2\times3\times4, 5\ldots n)$
$= 2^n \lfloor n$

Math: দেখাও যে $\left(x-\frac{1}{x}\right)^{2n}$ এর বিস্তৃতিতে মধ্যপদ
$\frac{1\cdot3\cdot5\ldots(2n-1)}{\lfloor n}(-2)^n$

$\Rightarrow$ এখানে, $\left(x-\frac{1}{x}\right)^{2n}$ এর বিস্তৃতিতে $\left(\frac{2n}{2}+1\right) = n+1$
তম পদ মধ্যপদ।

$\therefore t_{(n+1)} = {}^{2n}C_n\, x^{2n-n} \left(-\frac{1}{x}\right)^n$

$= {}^{2n}C_n\, x^n (-1)^n \frac{1}{x^n}$

$= {}^{2n}C_n (-1)^n$

Subject : Date :

$$t_{(n+1)} = \frac{\lfloor 2n}{\lfloor n \, \lfloor 2n-n} (-1)^n$$

$$= \frac{1.2.3.4.5.6.7.\ldots 2n}{\lfloor n \, \lfloor n} (-1)^n$$

$$= \frac{\{1.3.5.7\ldots(2n-1)\}(2.4.6\ldots 2n)}{\lfloor n \, \lfloor n} (-1)^n$$

$$= \frac{1.3.5\ldots(2n-1).2^n \lfloor n}{\lfloor n \, \lfloor n} (-1)^n$$

$$= \frac{1.3.5\ldots(2n-1).2^n (-1)^n}{\lfloor n}$$

$$= \frac{1.3.5\ldots(2n-1)(-2)^n}{\lfloor n} \quad \text{(Shown)}$$

Math: $\left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x}\right)^{21}$ এর বিস্তৃতিতে মধ্যপদ নির্ণয় কর।

$\Rightarrow$ মধ্যপদ $= \frac{21-1}{2} + 1 = 11$ তম পদ

$$t_{(10+1)} = {}^{21}C_{10} \left(\frac{x}{y}\right)^{21-10} \left(\frac{y}{x}\right)^{10}$$

$$= {}^{21}C_{10} \frac{x^{11}}{y^{11}} \cdot \frac{y^{10}}{x^{10}}$$

$$= {}^{21}C_{10} \frac{x}{y}.$$

Subject : Date :

২য় মধ্যপদ $= \frac{21+1}{2}+1 = (11+1)$ তম পদ

$$t_{(11+1)} = {}^{21}C_{11}\left(\frac{x}{y}\right)^{21-11}\left(\frac{y}{x}\right)^{11}$$

$$= {}^{21}C_{11}\left(\frac{x}{y}\right)^{10}\left(\frac{y}{x}\right)^{11}$$

$$= {}^{21}C_{11}\frac{y}{x}$$

Math: $\left(2x+\frac{1}{6x}\right)^6$ এবং $\left(x+\frac{1}{3x}\right)^{2n}$ এর বিস্তৃতিতে মধ্যপদদ্বয় সমান হলে $n=?$

⇒ $\left(2x+\frac{1}{6x}\right)^6$ এর বিস্তৃতিতে $\left(\frac{6}{2}+1\right)=(3+1)$ তম পদ মধ্যপদ।

$$\therefore t_{(3+1)} = {}^{6}C_{3}(2x)^{6-3}\left(\frac{1}{6x}\right)^3$$

$$= {}^{6}C_{3}\cdot 2^3\cdot x^{+3}\frac{1}{6^3x^3}$$

$$= {}^{6}C_{3}\left(\frac{2}{6}\right)^3$$

$$= {}^{6}C_{3}\,3^{-3}$$

$\left(x+\frac{1}{3x}\right)^{2n}$ এর বিস্তৃতিতে $\left(\frac{2n}{2}+1\right) = n+1$ তম পদ মধ্যপদ।

$$\therefore t_{(n+1)} = {}^{2n}C_{n}\,x^{2n-n}\left(\frac{1}{3x}\right)^n$$

$$= {}^{2n}C_{n}\,x^{n}\,3^{-n}x^{-n}$$

Subject : Date :

$\therefore f(n+1) = {}^{2n}C_n\, 3^{-n}$

প্রশ্নমতে, ${}^{2n}C_n \cdot 3^{-n} = {}^{6}C_3\, 3^{-3}$

$\Rightarrow 3^{-n} = 3^{-3}$

$\Rightarrow n = 3$ (নির্ণেয়)

সিলেট: $(1+x)^n = C_0 + C_1x + C_2x^2 + C_3x^3 + \dots + C_nx^n$ হলে প্রমাণ কর যে, ~~$C_0 + C_4 + C_2$~~ $C_0 + C_2 + C_4 + \dots = C_1 + C_3 + C_5 + \dots = 2^{n-1}$

$\Rightarrow$ দেওয়া আছে,

$(1+x)^n = C_0 + C_1x + C_2x^2 + C_3x^3 + \dots + C_nx^n$

$x = 1$ বসিয়ে পাই,

$2^n = C_0 + C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_n$ —(i)

$x = -1$ বসিয়ে পাই,

$C_0 - C_1 + C_2 - C_3 + C_4 - \dots + C_n = 0$ —(ii)

~~$\Rightarrow C_0 + C_2 + C_4 = C_1 + C_3 + C_5 \dots$~~

$\Rightarrow C_0 + C_2 + C_4 + \dots = C_1 + C_3 + C_5 + \dots$

(Proved)

$i + ii \Rightarrow$

$2C_0 + 2C_2 + 2C_4 + \dots = 2^n$

$\Rightarrow C_0 + C_2 + C_4 + \dots = 2^n \cdot 2^{-1}$

$= 2^{n-1}$

$\Rightarrow C_0 + C_2 + C_4 + \dots = C_1 + C_3 + C_5 + \dots = 2^{n-1}$ (Proved)

JANANI

প্যাসকেলের ত্রিভুজ

$$(a+b)^3 = (a+b)(a^2+2ab+b^2)$$
$$= a^3 + 2a^2b + ab^2$$
$$+ a^2b + 2ab^2 + b^3$$
$$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

1	$(a+b)^0$
1 1	$(a+b)^1$
1 2 1	$(a+b)^2$
1 3 3 1	$(a+b)^3$
1 4 6 4 1	$(a+b)^4$
1 5 10 10 5 1	$(a+b)^5$
1 6 15 20 15 6 1	$(a+b)^6$
1 7 21 35 35 21 7 1	$(a+b)^7$

$$(a+b)^7 = a^7 + 7a^6b + 21a^5b^2 + 35a^4b^3 + 35a^3b^4 + 21a^2b^5 + 7ab^6 + b^7$$

$(a+b)^n = a^n + {}^nc_1 a^{n-1}b^1 + {}^nc_2 a^{n-2}b^2 + {}^nc_3 a^{n-3}b^3 + \ldots\ldots b^n$; n ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা।

$${}^nc_1 = n$$

$$^nC_2 = \frac{n(n-1)}{\lfloor 2}$$

$$^nC_3 = \frac{n(n-1)(n-2)}{\lfloor 3}$$

$$\therefore (a+b)^n = a^n + na^{n-1}b + \frac{n(n-1)}{\lfloor 2}a^{n-2}b^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{\lfloor 3}a^{n-3}b^3 + \dots b^n;\ n \in R$$

$a = 1$ ও $b = x$ বসিয়ে পাই

$$(1+x)^n = 1 + nx + \frac{n(n-1)}{\lfloor 2}x^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{\lfloor 3}x^3 + \dots \dots x^n$$

$(a+b)^n$ এর বিস্তৃতিতে (n ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা হলে) পদসংখ্যা $n+1$ কেন?

$$\Rightarrow (a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + \frac{3(3-1)}{\lfloor 2}a^{3-2}b^2 + \frac{3(3-1)(3-2)}{\lfloor 3}a^{3-3}b^3 + \frac{3(3-1)(3-2)(3-3)}{\lfloor 4}a^{3-4}b^4 + \frac{3(3-1)(3-2)(3-3)(3-4)}{\lfloor 5}a^{-2}b^5$$

$$\Rightarrow (a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 + 0 + 0 + 0 + 0.$$

$$\Rightarrow (a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

অর্থাৎ, $(a+b)^3$ এর বিস্তৃতিতে ১ম চারটি পদ বাদে বাকি সব পদ 0।

$$(a+b)^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2}a^{\frac{1}{2}-1}b + \frac{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}-1\right)}{\lfloor 2}a^{\left(\frac{1}{2}-2\right)}b^2$$
$$+ \frac{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}-1\right)\left(\frac{1}{2}-1\right)}{\lfloor 3}b^3 + \ldots\ldots b \ldots \infty$$

সুতরাং n ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা হলে ধারাটি হবে সসীম।

n ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা না হলে ধারাটি হবে অসীম।

$$(1-x)^{-1} = 1^{-1} + (-1)1^{-1-1}(-x)^1 + \frac{(-1)(-1-1)}{\lfloor 2}1^{-1-2}(-x)^2 + \frac{(-1)(-1-1)(-1-2)}{\lfloor 3}1^{-1-3}(-x)^3$$

$$(1-x)^{-1} = 1 + x + x^2 + x^3 + \ldots\ldots \text{ upto } \infty;\ |x|<1$$

$$(1+x)^{-1} = 1 - x + x^2 - x^3 + x^4 - \ldots \text{ upto } \infty;\ |x|<1$$

$$(1-x)^{-2} = 1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + \ldots \text{ upto } \infty;\ |x|<1$$
$$(1+x)^{-2} = 1 - 2x + 3x^2 - 4x^3 + \ldots \text{ upto } \infty;\ |x|<1$$

$$(1-x)^{-3} = 1 + 3x + 6x^2 + 10x^3 + \ldots \text{ upto } \infty;\ |x|<1$$
$$(1+x)^{-3} = 1 - 3x + 6x^2 - 10x^3 + \ldots \text{ upto } \infty;\ |x|<1$$

Math1 বিস্তৃত কর : $(1-x)^{-1};\ |x|>1$

$\Rightarrow (1-x)^{-1} = \{x(\frac{1}{x}-1)\}^{-1}$

$= -x^{-1}(1-\frac{1}{x})^{-1}$

দেওয়া আছে $|x|>1$

$\Rightarrow \frac{1}{|x|} < 1$

$\therefore \frac{1}{x}(1-\frac{1}{x})^{-1} = \frac{-1}{x}(1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x^3}+\dots\infty)$ (Ans.)

Math : বিস্তৃতির শর্ত নির্ণয় কর এবং বিস্তৃত কর। $\frac{1}{\sqrt[3]{8-3x}}$

$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt[3]{8-3x}} = \frac{1}{(8-3x)^{\frac{1}{3}}}$

$= 8^{-\frac{1}{3}}\left(1-\frac{3x}{8}\right)^{-\frac{1}{3}}$

$= \frac{1}{2}\left(1-\frac{3x}{8}\right)^{-\frac{1}{3}}$

প্রশ্নমতে

$\left|\frac{3x}{8}\right| < 1$

$\Rightarrow -1 < \frac{3x}{8} < 1$

$\Rightarrow -\frac{8}{3} < x < \frac{8}{3}$, যা নির্ণেয় শর্ত

এখন $\frac{1}{2}\left(1-\frac{3x}{8}\right)^{-\frac{1}{3}} = 1+\left(-\frac{1}{3}\right)\left(-\frac{3x}{8}\right)+\frac{-\frac{1}{3}\left(-\frac{1}{3}-1\right)}{\underline{|2}}\left(-\frac{3x}{8}\right)^2$

$+\frac{-\frac{1}{3}\left(-\frac{1}{3}-1\right)\left(-\frac{1}{3}-2\right)}{\underline{|3}}\left(-\frac{3x}{8}\right)^3+\dots$ upto ∞

Subject : .... Date : ....

$\Rightarrow \frac{1}{2}\left(1-\frac{3x}{8}\right)^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{2}\left(1+\frac{x}{8}+\frac{5}{24}x^2+\ldots\infty\right)$ (Ans.)

Math: $y = x + x^2 + x^3 + \ldots \infty$ হলে দেখাও যে, $x = y - y^2 + y^3 - y^4 + \ldots \infty$

$\Rightarrow$ দেওয়া আছে, $y = x + x^2 + x^3 + \ldots \infty$

$\Rightarrow 1+y = 1+x+x^2+x^3+\ldots\infty$

$\Rightarrow 1+y = (1-x)^{-1}$

$\Rightarrow (1+y)^{-1} = 1-x$

$\Rightarrow \cancel{1-x = 1+y+y^2+y^3+y^4+\ldots\infty}$

$\Rightarrow (1-x) = 1-y+y^2-y^3+y^4+\ldots\infty$

$\Rightarrow x = y-y^2+y^3-y^4+\ldots\infty$ (Shown)

Math: $y = x - x^2 + x^3 - x^4 + \ldots \infty$ হলে x কে y এর শক্তির ঊর্ধ্বক্রমিক ধারায় প্রকাশ কর।

$\Rightarrow$ দেওয়া আছে

$y = x - x^2 + x^3 - x^4 + \ldots \infty$

$\Rightarrow -y = -x + x^2 - x^3 + x^4 + \ldots \infty$

$\Rightarrow 1-y = 1-x+x^2-x^3+x^4+\ldots\infty$

$\Rightarrow 1-y = (1+x)^{-1}$

$\Rightarrow (1-y)^{-1} = 1+x$

$\Rightarrow 1+x = 1+y+y^2+y^3+\ldots\infty$

$\Rightarrow x = y+y^2+y^3+\ldots\infty$ (Ans.)

Subject : Date :

Math: $y = 2x + 3x^2 + 4x^3 + \dots \infty$ হলে দেখাও যে $x = \frac{1}{2}y - \frac{3}{8}y^2 + \frac{5}{16}y^3 - \dots \infty$

⇒ দেওয়া আছে $y = 2x + 3x^2 + 4x^3 + \dots \infty$

$\Rightarrow 1 + y = 1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + \dots \infty$

$\Rightarrow 1 + y = (1-x)^{-2}$

$\Rightarrow 1 - x = (1+y)^{-\frac{1}{2}}$

$$\Rightarrow 1 - x = 1 + \left(-\frac{1}{2}\right)y + \frac{-\frac{1}{2}\left(-\frac{1}{2}-1\right)}{\lfloor 2}y^2 + \frac{-\frac{1}{2}\left(-\frac{1}{2}-1\right)\left(-\frac{1}{2}-2\right)}{\lfloor 3}y^3 + \dots \infty$$

$$\Rightarrow 1 - x = 1 - \frac{1}{2}y + \frac{3}{8}y^2 - \frac{5}{16}y^3 + \dots \infty$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{2}y - \frac{3}{8}y^2 + \frac{5}{16}y^3 - \dots \infty$$ (Shown)

Math: $(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + \dots \infty)^{\frac{1}{2}}$ এর বিস্তৃতিতে x^n এর সহগ কত?

⇒ আমরা জানি

$(1-x)^{-2} = (1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + \dots \infty)$

$$\Rightarrow \left\{(1-x)^{-2}\right\}^{\frac{1}{2}} = (1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + \dots \infty)^{\frac{1}{2}}$$

$$\Rightarrow (1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + \dots \infty)^{\frac{1}{2}} = (1-x)^{-1}$$

$$= 1 + x + x^2 + x^3 + \dots \infty$$

$\therefore x^n$ এর সহগ $= 1$ (Ans.)

JANANI

Subject : .... Date : ....

Math: $\left(1-\frac{x}{6}\right)^{\frac{1}{2}}$ কে x এর ঊর্ধ্বক্রমিক ঘাতে ৪র্থ পদ পর্যন্ত বিস্তৃত কর/ এবং তা থেকে দেখাও যে, $1-\frac{1}{6}-\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{12}-\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{12}\cdot\frac{1}{18}-\cdots=\sqrt{\frac{2}{3}}$

⇒ $$\left(1-\frac{x}{6}\right)^{\frac{1}{2}} = 1+\frac{1}{2}\left(\frac{-x}{6}\right)+\frac{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}-1\right)}{\lfloor 2}\left(\frac{-x}{6}\right)^2+\frac{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}-1\right)\left(\frac{1}{2}-2\right)}{\lfloor 3}\left(\frac{-x}{6}\right)^3+\frac{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}-1\right)\left(\frac{1}{2}-2\right)\left(\frac{1}{2}-3\right)}{\lfloor 4}\left(\frac{-x}{6}\right)^4$$

প্রশ্নমতে,

$$\left(1-\frac{x}{6}\right)^{\frac{1}{2}}=\sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$\Rightarrow 1-\frac{x}{6}=\frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{6}=\frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow x=2$$

$\left(1-\frac{x}{6}\right)^{\frac{1}{2}}$ এর বিস্তৃতিতে $x=2$ বসিয়ে পাই,

$$1+\frac{1}{2}\left(-\frac{2}{6}\right)+\frac{1}{4}\left(\frac{1}{2}-1\right)\left(\frac{2}{6}\right)+\frac{1}{8}\left(\frac{1}{2}-1\right)\left(\frac{1}{2}-2\right)\left(\frac{2}{6}\right)^3$$

$$+\frac{1}{24}=\left(1-\frac{2}{6}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\Rightarrow 1-\frac{1}{6}-\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{12}-\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{12}\cdot\frac{1}{18}=\sqrt{\frac{2}{3}}$$

(Shown)

Subject : .... Date : ....

সাধারণ পদ

$$(1+x)^n = 1 + nx + \frac{n(n-1)}{\underline{|2}} \cdot x^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{\underline{|3}} x^3 + \ldots\ldots$$

$(2+1)$ তম পদ $\qquad$ $(3+1)$ তম পদ।

$\therefore$ $r+1$ তম পদ, $t_{(r+1)} = \dfrac{n(n-1)(n-2)\cdots\{n-(r-1)\}}{\underline{|r}} x^r$

$$\therefore t_{(r+1)} = \frac{n(n-1)(n-2)\cdots(n-r+1)}{\underline{|r}} x^r$$

Math: দেখাও যে $(1-4x)^{-\frac{1}{2}}$ এর বিস্তৃতিতে x^n এর সহগ $\frac{(2n)!}{(n!)^2}$

$\Rightarrow$ $n+1$ তম পদ, $t(n+1) = \frac{-\frac{1}{2}\left(-\frac{1}{2}-1\right)\left(-\frac{1}{2}-2\right)\cdots\left[-\frac{1}{2}-(n-1)\right]}{\lfloor n}(-4x)^n$

$$t(n+1) = \frac{-\frac{1}{2}\left(-\frac{3}{2}\right)\left(\frac{-5}{2}\right)\left(\frac{1-2n+2}{2}\right)}{\lfloor n}(-4)^n x^n$$

$$\therefore x^n \text{ এর সহগ} = \frac{-\frac{1}{2}\left(-\frac{3}{2}\right)\left(\frac{-5}{2}\right)\left(\frac{1-2n}{2}\right)}{\lfloor n}(-4)^n$$

$$= \frac{(-1)^n \cdot 1\cdot 3\cdot 5\cdots(2n-1)}{2^n \lfloor n}(-4)^n$$

$$= \frac{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6\cdots 2n}{2^n \lfloor n\,(2\cdot 4\cdot 6\cdots 2n)}4^n$$

$$= \frac{\lfloor 2n}{2^n \lfloor n \cdot 2^n \lfloor n}2^{2n}$$

$$= \frac{\lfloor 2n}{2^{2n}(\lfloor n)^2}$$

$$= \frac{(2n)!}{(n!)^2}$$ (Showed)

Subject : Date :

Math: $\frac{1}{(1-x)(1-2x)}$ এর বিস্তৃতিতে x^r এর সহগ নির্ণয় কর।

$\Rightarrow \frac{1}{(1-x)(1-2x)} = \frac{1}{(1-x)(-1)} + \frac{1}{(1-2x)\frac{1}{2}}$

$= -(1-x)^{-1} + 2(1-2x)^{-1}$

$= 2(1-2x)^{-1} - (1-x)^{-1}$

$= 2(1+(2x)^2+(2x)^3+(2x)^4+\dots\infty) - (1+x+x^2+\dots\infty)$

$\therefore x^r$ এর সহগ $= 2.2^r - 1$

$= 2^{r+1} - 1$ (Ans:)

Math: $\frac{1}{1-5x+6x^2}$ এর বিস্তৃতিতে x^r এর সহগ নির্ণয় কর।

$\Rightarrow 1-5x+6x^2 = 6x^2-5x+1$

$= 6x^2-3x-2x+1$

$= 3x(2x-1)-1(2x-1)$

$= (3x-1)(2x-1)$

$= (1-3x)(1-2x)$

এখন, $\frac{1}{(1-3x)(1-2x)} = \frac{1}{(1-3x)\frac{1}{3}} + \frac{1}{(1-2x)-\frac{1}{2}}$

Subject : Date :

$$\Rightarrow \frac{1}{(1-2x)(1-3x)} = 3(1-3x)^{-1} - 2(1-2x)^{-1}$$

$$= 3(1+3x+(3x)^2+\ldots\infty) - 2[1+(2x)+(2x)^2+\ldots\infty]$$

$\therefore x^n$ এর সহগ $= 3\cdot 3^n - 2\cdot 2^n$

$= 3^{n+1} - 2^{n+1}$ (Ans.)

দ্বিপদী ধারার যোগফল নির্ণয়

✱ দ্বিপদী ধারার বৈশিষ্ট্য :

(i) 1 দিয়ে শুরু হয়।

(ii) অসীম পর্যন্ত বিস্তৃত থাকে।

(iii) Gradually হর ও লবের Entity বাড়তে থাকে।

Math: $1+\frac{1}{3}+\frac{1\cdot3}{3\cdot6}+\frac{1\cdot3\cdot5}{3\cdot6\cdot9}+\ldots\infty$ ধারাটির যোগফল নির্ণয় কর।

⇒ ধরি,

$$1+\frac{1}{3}+\frac{1\cdot3}{3\cdot6}+\frac{1\cdot3\cdot5}{3\cdot6\cdot9}+\ldots\infty = (1+x)^n$$

এখন $(1+x)^n = 1+nx+\frac{n(n-1)}{\lfloor 2}x^2+\frac{n(n-1)(n-2)}{\lfloor 3}x^3 + \ldots\infty$

$\therefore nx = \frac{1}{3}$ —— (i)

$\frac{n(n-1)}{2} = \frac{3}{3\cdot6}$ —— (ii)

তা হলে পাই

$$\frac{n(n-1)}{2}x^2 = \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow \frac{nx(nx-x)}{2} = \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{1}{3}\left(\frac{1}{3}-x\right)}{2} = \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} - x = 1$$

$$\cancel{\Rightarrow x = 1+\frac{1}{3} =}$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{3} - 1$$

$$= \frac{-2}{3}$$

$$\therefore n = \frac{1}{3} \times \frac{3}{-2} = -\frac{1}{2}$$

নির্ণেয় ধারার যোগফল $= \left\{1+\left(-\frac{2}{3}\right)\right\}^{-\frac{1}{2}}$ (Ans:)

Math: $1+\frac{1}{4}+\frac{1.3}{4.8}+\frac{1.3.5}{4.8.12}+\ldots\ldots\infty$ ধারাটির যোগফল নির্ণয় কর।

$\Rightarrow$ ধরি, $1+\frac{1}{4}+\frac{1.3}{4.8}+\frac{1.3.5}{4.8.12}+\ldots\infty = (1+x)^n$

Subject : Date :

$(1+x)^n = 1 + nx + \frac{n(n-1)}{2}x^2 + \dots \infty$

$\therefore nx = \frac{1}{4}$ —(i)

$\frac{n(n-1)}{2}x^2 = \frac{3}{32}$ —(ii)

→(ii) হতে পাই

$\frac{nx(nx-x)}{2} = \frac{3}{32}$

$\Rightarrow \frac{\frac{1}{4}(\frac{1}{4}-x)}{2} = \frac{3}{32}$

$\Rightarrow \frac{1}{4} - x = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$

$\Rightarrow x = \frac{1}{4} - \frac{3}{4} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$

$\therefore n = \frac{1}{4} \times -2$

$= -\frac{1}{2}$

$\therefore$ ধারার যোগফল $= \left(1-\frac{1}{2}\right)^{-\frac{1}{2}}$ (Ans.)